



CIRRELT

Centre interuniversitaire de recherche
sur les réseaux d'entreprise, la logistique et le transport

Interuniversity Research Centre
on Enterprise Networks, Logistics and Transportation

Heuristiques pour les problèmes de tournées de véhicules multi- attributs

Thibaut Vidal
Teodor Gabriel Crainic
Michel Gendreau
Christian Prins

Mars 2011

CIRRELT-2011-12

Bureaux de Montréal :

Université de Montréal
C.P. 6128, succ. Centre-ville
Montréal (Québec)
Canada H3C 3J7
Téléphone : 514 343-7575
Télécopie : 514 343-7121

Bureaux de Québec :

Université Laval
2325, de la Terrasse, bureau 2642
Québec (Québec)
Canada G1V 0A6
Téléphone : 418 656-2073
Télécopie : 418 656-2624

www.cirrelt.ca

Heuristiques pour les problèmes de tournées de véhicules multi-attributs

Thibaut Vidal^{1,2,*}, Teodor Gabriel Crainic^{1,3}, Michel Gendreau^{1,4},
Christian Prins²

¹ Centre interuniversitaire de recherche sur les réseaux d'entreprise, la logistique et le transport

² Département génie des systèmes industriels, Université de Technologie de Troyes, 12 Rue Marie Curie, 10000 Troyes, France

³ Département de management et de technologie, Université du Québec à Montréal, C.P. 8888, succursale Centre-Ville, Montréal, Canada H3C 3P8

⁴ Département de mathématique et de génie industriel, École Polytechnique de Montréal, C.P. 6079, Succursale Centre-ville, Montréal, Canada H3C 3A7

Résumé. Les attributs du problème de tournées de véhicules (VRP) sont autant de caractéristiques ou contraintes supplémentaires qui visent à mieux prendre en compte les spécificités des cas d'application réels. Les variantes du VRP ainsi formées sont le support d'une littérature extrêmement riche, comportant une immense variété d'heuristiques. Cet article constitue une revue de littérature, ainsi qu'une synthèse objective des concepts heuristiques à succès, et défis, pour les problèmes de VRP multi-attributs. Les différentes classes d'attributs et d'heuristiques sont tout d'abord présentées. Nous approfondissons par ailleurs l'étude des concepts de 48 méthodes heuristiques, issues de quinze variantes du VRP, et sélectionnées objectivement en relation à leurs performances remarquables. Cette analyse transversale conduit à identifier les concepts prépondérants des heuristiques efficaces, et constitue une étape importante en vue de développer des méthodes de résolution plus généralistes pour traiter un vaste champ de variantes du VRP.

Mots-clés. Revue de littérature, problème de tournées de véhicules, multi-attributs, heuristiques, métaheuristiques.

Remerciements. Cette recherche a été conduite grâce au support financier du Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG), des partenaires CN, Rona, Alimentation Couche-Tard, et la Fédération des producteurs de lait du Québec, du ministère des Transports du Québec, du Fonds québécois de la recherche sur la nature et les technologies (FQRNT) ainsi que du conseil régional de la région Champagne-Ardenne, France.

Results and views expressed in this publication are the sole responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of CIRRELT.

Les résultats et opinions contenus dans cette publication ne reflètent pas nécessairement la position du CIRRELT et n'engagent pas sa responsabilité.

* Auteur correspondant: Thibaut.Vidal@cirrelt.ca

Dépôt légal – Bibliothèque et Archives nationales du Québec
Bibliothèque et Archives Canada, 2011

© Copyright Vidal, Crainic, Gendreau, Prins et CIRRELT, 2011

1 Introduction

Le problème de tournées de véhicules (VRP) a été le sujet d’une recherche intensive durant plus de cinquante ans, liée à son importance dans le domaine de la logistique, et à sa grande difficulté. Le VRP implique la planification de routes de livraison à moindre coût, afin de servir un ensemble de clients dispersés géographiquement, tout en respectant les contraintes de capacité des véhicules. Ce problème d’optimisation combinatoire présente à la fois des caractéristiques d’allocation de ressources (répartition des charges dans les camions: *bin packing*), et de construction de séquence (problème du voyageur de commerce). Les applications pratiques, illustrées entre autres dans Golden et al. (2008), sont souvent de grande taille et doivent actuellement être résolues heuristiquement.

Dans un monde où les grands acteurs du secteur industriel gèrent des systèmes de création de valeur toujours plus grands, la qualité de la prise de décision est largement liée à l’habileté à résoudre des problèmes combinés complexes. Cette considération mène à des problèmes de VRP agrémentés de caractéristiques ou contraintes supplémentaires, dédiées à des choix tactiques: comme les problèmes de routage sur un horizon temporel étendu (Francis et al. 2008); ou à une plus grande fidélité à la réalité: contraintes législatives sur les temps de conduite (Goel 2010, Prescott-Gagnon et al. 2010), congestion des axes de transport (Malandraki et Daskin 1992, Ichoua et al. 2003), ou enfin placement explicite des objets dans le chargement (Iori et Martello 2010). Ces caractéristiques combinées au problème de VRP, parfois appelées *attributs* (Crainic et al. 2009), forment un vaste domaine de la littérature, comprenant des centaines voire des milliers de contributions spécialisées à des attributs particuliers (Eksioglu et al. 2009). Un grand nombre d’heuristiques ont ainsi été développées pour ces divers problèmes, mais cependant, très peu de méthodes sont aujourd’hui à même de résoudre de façon généraliste un ensemble relativement large de variantes du VRP. Cette littérature, qui comprend des problèmes et méthodes de résolution hétéroclites, est particulièrement difficile à classer.

La contribution de cette revue est de proposer une analyse objective des méthodes heuristiques, concepts à succès et défis pour les problèmes de VRP multi-attributs. Devant l’ampleur du domaine, une démarche exhaustive est impensable aujourd’hui, si bien qu’une analyse synthétique est nécessaire. Nous avons relevé et classifié quinze variantes du VRP, reconnues pour être le support d’une recherche soutenue, et comprenant un nombre conséquent de méthodes heuristiques, des jeux de tests communs, et éventuellement des revues de littérature spécialisées. Pour chacune de ces variantes, et grâce aux résultats publiés sur les jeux de tests, trois méthodes heuristiques les plus performantes ont pu être sélectionnées de manière objective. Toutes ces méthodes heuristiques, 45 au total, ont été analysées en détail afin d’en identifier les grands concepts. Nous pouvons ainsi présenter une synthèse transversale objective des grands concepts à succès et de défis actuels majeurs pour les méthodes de résolution heuristiques pour les problèmes de tournées de véhicules multi-attributs. Cette synthèse constitue une étape importante vers le développement de méthodes de résolution plus généralistes pour traiter un vaste champ de variantes du problème de tournées de véhicules.

La structure de cette revue est la suivante: nous introduirons dans un premier temps en Section 2 le VRP “classique” ainsi que les grandes classes de méthodes heuristiques développées à son effet. La Section 3 introduit une classification des attributs, qui seront détaillés par la suite en Section 4. Nous analyserons en Section 5 les concepts principaux des heuristiques à succès, et présenterons en Section 6 plusieurs défis et pistes de recherche majeures dans le domaine des VRP multi-attributs, ainsi que des conclusions.

2 Problème de tournées de véhicules “classique”, définition et grandes familles d’heuristiques

Cette section introduit tout d’abord le problème de tournées de véhicules “classique”. Nous rappelons par la suite les grandes catégories de méthodes de résolution heuristiques, respectivement les *heuristiques constructives*, les *heuristiques à améliorations locales*, et enfin les *métaheuristiques*. Ces grandes catégories ont été maintes fois distinguées dans la littérature. En relation aux développements récents des méthodes, nous les compléterons par une quatrième catégorie dédiée aux *heuristiques hybrides et coopératives*.

2.1 Définition du VRP

Soit $G = (\mathcal{V}, \mathcal{A})$ un graphe complet comportant $|\mathcal{V}| = n + 1$ noeuds. Le noeud $v_0 \in \mathcal{V}$ représente un dépôt, où stationne une flotte de m véhicules identiques de capacité Q , et où est stocké un produit à distribuer. Les autres noeuds $v_i \in \mathcal{V} \setminus \{v_0\}$ représentent des clients i , $i = 1, \dots, n$, caractérisés par une demande de produit non négative q_i . Les arcs $a_{ij} \in \mathcal{A}$, $i, j \in \mathcal{V}$ représentent la possibilité d’un trajet direct du client i au client j pour un coût de transport de c_{ij} . L’objectif du *VRP* consiste à trouver un ensemble de routes pour servir tous les clients, telles que les contraintes de chargement des véhicules soient respectées, et que la durée de transport soit minimisée.

Ce problème est décrit dans les Équations (1-8) sous forme d’un programme linéaire en nombre entiers. Il existe de nombreuses formulations différentes dans la littérature, dont certaines sont plus à même de servir de support à des méthodes exactes performantes (Naddef et Rinaldi 2002, Laporte 2009). Celle-ci, introduite par Fisher et Jaikumar (1981), a l’avantage de présenter explicitement les différentes caractéristiques du VRP, à savoir les problèmes d’affectation et séquence intriqués. Elle comprend deux types de variables de décision: y_{ik} désignant l’affectation du client i au véhicule k par la valeur 1, et x_{ijk} prenant la valeur 1 si et seulement si le véhicule k visite le client j immédiatement après le client i ($i \neq j$):

$$\text{Min: } \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

$$\text{Sous: } \sum_{k=1}^m y_{ik} = 1 \quad i = 1 \dots n \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{0k} \leq m \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^n q_i y_{ik} \leq Q \quad k = 1 \dots m \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ijk} = \sum_{j=0}^n x_{jik} = y_{ik} \quad i = 0 \dots n ; k = 1 \dots m \quad (5)$$

$$\sum_{v_i \in S} \sum_{v_j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad k = 1 \dots m ; S \in V \setminus \{0\} ; |S| \geq 2 \quad (6)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad i = 1 \dots n ; k = 1 \dots m \quad (7)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad i = 1 \dots n ; j = 1 \dots n ; k = 1 \dots m \quad (8)$$

Dans ce modèle, les contraintes 2 à 4 correspondent à un problème d'affectation généralisé (*generalized assignment problem – GAP*). Elles assurent respectivement le nombre de véhicules issus du dépôt, l'affectation de chaque client à un seul véhicule, et les contraintes de capacité des véhicules. Les contraintes 5 et 6 sont liées à la structure des routes, assurant l'existence du bon nombre d'arcs entrant et sortant pour le véhicule choisi, et éliminant les sous-tours, c'est-à-dire les cycles ne passant pas par un dépôt. Le quantité de ces dernières contraintes est exponentielle en fonction de la taille du modèle. Le problème de voyageur de commerce (TSP) constitue un cas particulier du VRP lorsque $m = 1$ et $Q = +\infty$.

La littérature ajoute enfin souvent dans la formulation classique du VRP une contrainte sur la durée maximum de chaque route. A chaque client est associée une durée de service τ_i . La somme des temps de service aux clients ainsi que des temps de transports (généralement assimilés aux coûts) d'une même route est alors limitée à T :

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n (c_{ij} + d_i) x_{ijk} \leq T \quad k = 1 \dots m \quad (9)$$

Suite à l'article fondateur de Dantzig et Ramser (1959), le *VRP* classique a été le sujet d'une recherche soutenue depuis les années 1960, qui s'est traduite par un grand nombre de méthodes exactes et heuristiques. Cette littérature a été maintes fois consignée dans de nombreux articles de synthèse (Christofides et al. 1979, Bodin et al. 1983, Laporte et al. 1985, Laporte 1992, Fisher, M.L. 1995, Desrosiers et al. 1995, Powell et al. 1995, Laporte et al. 2000, Naddef et Rinaldi 2002, Cordeau et al. 2005, 2007, Laporte 2007, Baldacci et al. 2007, Laporte 2009), et de livres (Golden et Assad 1988, Toth et Vigo 2002b, Golden et al. 2008). A l'heure actuelle, les meilleures méthodes exactes pour le *VRP* sont toujours cantonnées à des problèmes de taille relativement restreinte. Les instances de plus grande taille ayant été résolues par Fukasawa et al. (2006), Baldacci et al. (2008b) comptant au maximum 135 clients. Les méthodes heuristiques

constituent de ce fait un domaine très actif de la littérature. Ces méthodes ont été comparées au fil du temps sur des jeux de tests communs (Christofides et al. 1979, Golden et al. 1998) afin de fournir des indications relatives de performance.

2.2 Heuristiques constructives

Dans les années 1960-1980 principalement, beaucoup d’heuristiques se sont attachées à produire des solutions de manière constructive. Une caractéristique notable de ces méthodes est qu’elles opèrent à la manière des méthodes *gloutonnes* une suite de décisions définitives, comme l’insertion d’un client ou la jonction de deux routes, qui ne peuvent être révoquées par la suite.

L’exemple le plus connu d’heuristique constructive est la méthode de Clarke et Wright (1964). Partant d’une solution initiale s_0 où chaque client est desservi dans une route différente, l’algorithme recherche et fusionne successivement deux extrémités de routes i et j , maximisant la distance sauvée (*saving*) $s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$, et telles que la route fusionnée soit réalisable. La méthode originale a été plusieurs fois revisitée et améliorée, notamment par Gaskell (1967), Yellow (1970) qui paramétrise la formule originale pour donner plus ou moins d’importance à la distance au dépôt ($s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - \lambda c_{ij}$ avec $\lambda \geq 0$), et ainsi corriger un défaut de la méthode qui produisait des routes à forte tendance “circulaire”.

Une autre heuristique dite de *sweep* (Gillett et Miller 1974), remarquable par sa simplicité, consiste à parcourir circulairement les clients (en les ordonnant par angle vis-à-vis du dépôt) pour construire des routes. Chaque client est successivement inséré à la fin de la route courante. Si à cause des contraintes sur les routes cette insertion est irréalisable, une nouvelle route est initiée. A la fin de cette construction, (Gillett et Miller 1974) propose par ailleurs d’appliquer l’heuristique à améliorations successives (c.f. Section 2.3) de Lin et Kernighan (1973) pour ré-optimiser chaque route séparément.

D’autres algorithmes effectuent les choix d’affectation et de séquence en deux phases séparées. L’approche dite *route-first cluster-second* (Newton et Thomas 1974, Bodin et Berman 1979, Beasley 1983) construit dans un premier temps un circuit géant visitant l’ensemble des clients (à la manière d’une solution du problème de voyageur de commerce), qui est ensuite segmenté en plusieurs routes issues du dépôt. La résolution du problème de segmentation peut-être résolue de manière exacte, se réduisant à un problème de plus court chemin dans un graphe acyclique.

Enfin, une dernière approche, proposée par (Fisher et Jaikumar 1981), et qualifiée de *cluster-first route-second*, consiste tout d’abord à créer des groupes de clients, puis à faire le choix des séquences sous forme d’une résolution de TSP. La création des groupes est opérée en résolvant un problème d’affectation généralisé (*GAP*) des clients autour de m localisations choisies pour représenter des zones à plus forte densité de clients. Une approximation linéaire des coûts liés aux routes est utilisée en tant que fonction objectif du *GAP*. Cette démarche est fortement liée au mode de résolution visuel de planificateurs humains. D’autre part, la priorité donnée à l’affectation permet de mieux traiter des contraintes de capacité, pour des problèmes fortement contraints présentant peu de solutions réalisables. Cette particularité est notable dans une littérature où la plupart des méthodes constructives gèrent les contraintes de capacité comme un sous-produit d’une politique exclusivement dédiée à la création géométrique des routes.

Les algorithmes présentés dans cette section sont généralement capables de produire des solutions à 10% - 15% de l’optimum en un temps quasiment négligeable. Les méthodes constructives servent toujours aujourd’hui à produire les solutions initiales d’une grande gamme d’heuristiques, et ont été adaptées à de nombreuses variantes du VRP. Certaines métaheuristiques en particulier, comme les algorithmes de colonies de fourmis, utilisent itérativement les heuris-

tiques constructives, biaisées par des informations sur la recherche globale (phéromones), afin de créer de nouvelles solutions. Ces méthodes sont ainsi toujours d'actualité et largement utilisées dans la littérature.

2.3 Heuristiques à améliorations locales

Les problèmes d'optimisation combinatoire à base de séquence se prêtent particulièrement bien à l'application d'heuristiques d'amélioration par *recherche locale (LS)* (Aarts et Lenstra 2003). A partir d'une solution de départ s , une heuristique de recherche locale explore un *voisinage* $\mathcal{N}(s)$ relativement restreint de solutions issues de *mouvements*, afin d'y trouver une solution s' améliorante. s' remplace alors s pour une nouvelle itération de l'algorithme. La recherche locale s'arrête sur une solution \bar{s} lorsque aucune solution améliorante ne peut être trouvée dans $\mathcal{N}(\bar{s})$, cette solution est un *optimum local* du problème et du voisinage utilisé. La littérature emploie régulièrement le terme *espace de recherche* pour désigner un ensemble de solutions liées par ces relations de voisinages, et caractérisées par des valeurs de la fonction objectif. Les méthodes de recherche locale évoluent dans le graphe ainsi formé, leurs états successifs impliquant des solutions différentes de l'espace, et formant une *trajectoire de recherche*.

Une première catégorie de voisinages du VRP, basés sur les échanges d'arcs, est directement issue du domaine TSP pour effectuer l'optimisation séparée des routes. Dans la terminologie de Lin (1965), un voisinage de type λ -*opt* contient l'ensemble des solutions obtenues via la suppression et la réinsertion de λ paires d'arcs. La taille de cet ensemble est $O(n^\lambda)$. Les voisinages les plus couramment utilisés dans la littérature incluent les *2-opt* ou *3-opt*, ainsi que le voisinage appelé *Or-exchange* (Or 1976), qui consiste à déplacer une chaîne de visites de taille bornée dans la séquence, et constitue une restriction de 3-opt dont la taille est réduite à $O(n^2)$. Un exemple de *2-opt* et de *Or-exchange* est présenté en Figure 1. A noter enfin l'opérateur d'insertion *GENI* de Gendreau et al. (1992), qui évalue efficacement de manière combinée l'insertion d'un client dans une route, et l'optimisation de celle-ci par des 3-opt ou 4-opt restreints à des visites voisines.

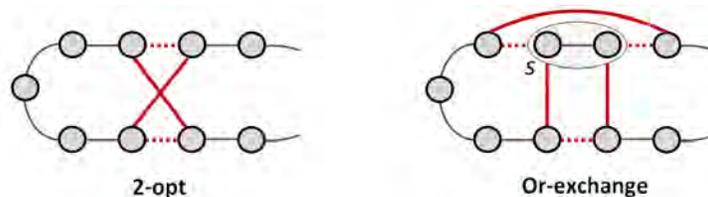


Figure 1: Illustration de mouvements: *2-opt* et *Or-exchange*. Les arcs supprimés sont indiqués en pointillés, tandis que les arcs ajoutés sont en gras. *Or-exchange* correspond au déplacement de la séquence s dans la route, et constitue un cas particulier de 3-opt.

D'autres voisinages pour le VRP permettent d'améliorer plusieurs routes simultanément, généralement aux moyens d'échanges d'arcs, ou de déplacements de visites au sein des séquences. Parmi les voisinages les plus couramment utilisés, le voisinage *insert* (aussi appelé *shift* dans Osman 1993), consiste à déplacer une visite, tandis que *swap* (aussi appelé *1-interchange*), effectue un échange de deux visites au sein de leurs séquences respectives. Le voisinage *2-opt** (Potvin et Rousseau 1995) correspond à une suppression et réinsertion de deux paires d'arcs impliquant des routes différentes, ce voisinage peut aussi être vu comme une interversion de

deux “fins de routes”, et est parfois appelé voisinage *crossover*. Les trois voisinages précédents contiennent $O(n^2)$ solutions, et sont illustrés sur la Figure 2. Des voisinages de plus grande taille ont été récemment utilisés dans la littérature, notamment le voisinage *CROSS* (Taillard et al. 1997), qui consiste à échanger deux séquences de clients de taille s_1 et s_2 (éventuellement nulle), et généralise à la fois *insert*, *swap* et *2-opt**. Enfin, *I-CROSS* (Bräysy 2003), implique l’échange de deux séquences de visites de taille s_1 et s_2 tout en opérant éventuellement des inversions globales de celles-ci. Ces deux voisinages sont de taille $O(n^4)$, et seraient extrêmement coûteux à évaluer exhaustivement. En pratique, la taille des séquences échangées est bornée par une valeur L_{max} , si bien que la taille du voisinage devient $O(L_{max}n^2)$.

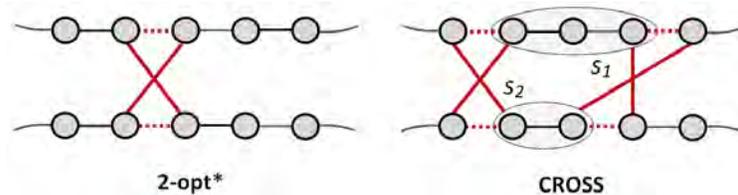


Figure 2: Illustration de mouvements: *2-opt** et *CROSS*. Les arcs supprimés sont indiqués en pointillés, tandis que les arcs ajoutés sont en gras. *CROSS* se ramène à un échange de séquence s_1 et s_2 entre deux routes distinctes.

Bien que quadratique, l’évaluation de beaucoup de voisinages peut être impraticable pour certains problèmes de grande taille, si bien que les réductions de la taille de voisinages sont fréquentes dans la littérature. Dans la recherche granulaire de Toth et Vigo (2003) par exemple, des arguments géométriques sont utilisés pour restreindre les échanges d’arcs ou de visites à des clients suffisamment proches. Une autre type de restriction, dite recherche séquentielle, se base sur le fait que tout λ -opt profitable peut être décomposé comme une suite d’échange d’arcs $\phi_1, \dots, \phi_\lambda$ de gains g_1, \dots, g_λ , où tout sous-ensemble des $k \leq \lambda$ premiers échanges d’arcs possède un gain partiel $\sum_{i=1}^k g_i$ positif. Cette constatation permet d’éliminer très rapidement une grande proportion de solutions voisines non prometteuses. De tels concepts ont été introduits tôt dans la littérature sur le TSP (Christofides et Eilon 1972, Lin et Kernighan 1973), puis formalisés et généralisés au VRP par Irnich et al. (2006). D’autres alternatives permettent de réduire le temps de calcul des recherches locales en réduisant les calculs redondants grâce à des mémoires perfectionnées (Zachariadis et Kiranoudis 2010a). Lorsque des contraintes additionnelles du VRP, comme les fenêtres de temps, sont prises en compte, il est aussi possible d’accélérer l’évaluation du coût et de la faisabilité des séquences aux moyens de variables globales judicieuses (Savelsbergh 1985, Baker et Schaffer 1986).

Des voisinages plus larges constitués d’un nombre exponentiel de solutions ont enfin été utilisés. La procédure de Lin et Kernighan (1973) par exemple constitue une méthode remarquablement efficace pour l’optimisation de séquence de TSP. Elle consiste, tout comme les chaînes d’éjection de (Glover 1992, 1996), à trouver un cycle alternant entre arcs existants et inexistant de la solution courante, telle que la solution obtenue en remplaçant les arcs existants du cycle par les arcs non existants soit réalisable et améliorante. Une telle méthode revient à explorer de façon approchée un voisinage de type λ -opt avec des valeurs de λ variables. Les transferts cycliques de Thompson et Psaraftis (1993) impliquent un ensemble de solutions exponentiel obtenu par le déplacement de k clients au sein de b routes. La recherche

d’une solution voisine améliorante est formulée comme un problème de recherche de cycle de coût réduit négatif dans un graphe auxiliaire qui, bien que NP-difficile, peut être efficacement résolu de manière heuristique. Enfin, d’autres voisinages comme les voisinages larges à base de destruction et reconstruction opèrent des retraits et une réinsertions judicieuses de visites dans les séquences. Les méthodes de ce type varient entre elles dans leur manière de supprimer et réinsérer les visites: principalement heuristique ou à base de programmation par contraintes dans Shaw (1998), ou fondée sur des formulations en nombre entiers (*ILP*) de type “set covering” dans Franceschi et al. (2006). Ces méthodes de voisinage large forment un domaine de la littérature très prometteur, développé en détail dans Ahuja et al. (2002) et Pisinger et Ropke (2010).

D’autres revues de littérature sur les recherches locales pour le VRP peuvent être trouvées dans Van Breedam (1995), Kindervater et Savelsbergh (1997), Golden et Wasil (2002), Laporte et Semet (2002), Bräysy et Gendreau (2005b), Funke et al. (2005). Ces méthodes sont par ailleurs cruciales au fonctionnement des métaheuristiques pour le VRP, décrites dans la prochaine section, qui s’appuient dans une large mesure sur les voisinages précédemment annoncés. En particulier, absolument toutes les 48 heuristiques *state-of-the-art* pour les variantes du VRP, identifiées et analysées en Section 5, font appel à des méthodes d’amélioration par voisinage.

2.4 Métaheuristiques

Le terme *métaheuristique* a été employé pour la première fois dans Glover (1986), pour désigner un ensemble de méthodes heuristiques dont les principaux traits sont 1) une vision généraliste, s’appliquant à de nombreux problèmes d’optimisation; 2) une interaction entre méthodes de recherche spécialisée et stratégies d’optimisation globale; 3) la volonté d’éviter les optimums locaux afin d’aboutir à une approche de résolution robuste. Les métaheuristiques constituent aujourd’hui un domaine important de recherche, support de nombreuses revues (Osman et Laporte 1996, Golden et Wasil 2002, Blum et Roli 2003, Gendreau et Potvin 2005) et livres (Corne et al. 1999, Glover et Kochenberger 2003, Dréo et al. 2003, Gendreau et Tarantilis 2010).

Le VRP a été un terrain d’essai particulièrement apprécié pour de telles méthodes, comme l’illustrent les revues de (Gendreau, M. and Laporte, G. and Potvin, J.-Y. 2002, Bräysy et Gendreau 2005a, Cordeau et al. 2005, Gendreau et al. 2008, Potvin 2009). Deux grandes familles de métaheuristiques sont souvent discernées: les méthodes à base de trajectoire, qui généralisent les recherches locales, et les méthodes d’apprentissage et de population, dont les aptitudes de résolution et la complexité sont étroitement liées aux interactions entre éléments, méthodes, ou solutions en grand nombre.

Parmi les méthodes de trajectoire, le *recuit simulé* (*simulated annealing – SA*), introduit par Kirkpatrick et al. (1983) et Černý (1985) prend une place fondamentale. Cette méthode transcende la limitation principale de la recherche locale, liée à l’attraction rapide dans un optimum local, grâce à une sélection probabiliste des solutions successives. Certaines solutions $s' \in \mathcal{N}(s)$ sélectionnées peuvent ainsi être détériorantes ($s' > s$ pour un problème de minimisation), et permettent de sortir du bassin d’attraction d’un optimum local donné pour explorer de nouvelles solutions. La probabilité de sélection d’une solution s' est une fonction croissante de sa qualité $f(s')$. Cette fonction évolue dynamiquement au cours de la recherche, favorisant d’abord une vaste exploration et des dégradations fréquentes, pour progressivement laisser place à des dégradations rares et une optimisation plus intensive. Dans le domaine du VRP, des variantes du SA efficaces dites de “record-to-record” Dueck (1993) interdisent une dégradation

trop importante relativement à la meilleure solution connue s^* , sous réserve de redémarrer la recherche à partir de s^* . L'utilisation de composants probabilistes n'est pas l'unique moyen d'échapper aux optimums locaux. La *méthode Tabou* (Glover 1986, Glover et Laguna 1998), associe une trajectoire de recherche déterministe axée sur le choix du meilleur voisin, à des mémoires à plus ou moins long terme pour interdire le retour sur des solutions récemment examinées, et d'autre part progresser vers des nouvelles régions de recherche en pénalisant les caractéristiques de solutions fréquemment rencontrées. Ce type de métaheuristique a donné lieu à de nombreux algorithmes particulièrement efficaces pour le VRP et ses variantes (Gendreau et al. 1994, Cordeau et al. 1997, 2001, Derigs et Kaiser 2007). La *recherche à voisinage variable (VNS)* (Mladenović et Hansen 1997, Hansen et al. 2010) exploite le fait qu'un optimum local est défini pour un voisinage donné. Ainsi, en changeant de nature ou de taille de voisinage au cours de la recherche, une meilleure exploration de l'ensemble des solutions peut être conduite. Généralement, les méthodes VNS utilisent une sélection probabiliste des solutions voisines à la manière de SA, et éventuellement des mémoires Tabou. Les hybridations (c.f. Section 2.5) entre métaheuristiques sont ainsi fréquentes. La *recherche adaptative à voisinage large (ALNS)* de Pisinger et Ropke (2007) exploite les bénéfices des voisinages variés, en se basant sur les voisinages de type déconstruction/reconstruction de Shaw (1998), et adaptant la fréquence d'utilisation de chaque voisinage en fonction de leur performance passée. Une autre manière de changer l'espace de recherche consiste à modifier l'objectif de la recherche en pénalisant les solutions et optimums locaux fréquemment rencontrés. Ce concept, déjà utilisé au sein des recherches Tabou, a été à l'origine des méthodes dites de *recherche locales guidée (GLS)* Voudouris et al. (2010). Enfin, de nombreuses autres méthodes à base de trajectoire ont été appliquées au VRP avec succès, comme la méthode *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)* (Resende et Ribeiro 2010), qui applique des recherches locales successives à différentes solutions de départ générées par une méthode constructive à composantes aléatoires, ou les méthodes de *recherche locale itérée ou évolutionnaire (ILS ou ELS)* (Ibaraki et al. 2008, Prins 2009b) qui génèrent de nouvelles solutions de départ relativement à la recherche antérieure.

Les méthodes à base de population sont basées sur des concepts d'apprentissage ou d'intelligence collective, et souvent inspirées de mécanismes naturels. Les *algorithmes génétiques (GA)* et *algorithmes évolutionnaires (EA)*, introduits dans les années 1950-1960, puis développés par Holland (1975) sous leur forme actuelle, interprètent les lois de la génétique et de la sélection naturelle afin de faire évoluer une population de solutions, par l'application successive d'opérateurs de sélection élitiste, crossover et mutation, qui favorisent la propagation de caractéristiques prometteuses. Il est courant dans le contexte des EA de faire évoluer les stratégies de recherche (paramètres des opérateurs par exemple) simultanément aux solutions. Lorsque appliquées au VRP cependant, les méthodes traditionnelles GA ou EA ont tendance à converger trop lentement, et doivent être associées à des mécanismes d'amélioration de solution comme des recherches locales. Les algorithmes hybrides ainsi obtenus, parfois appelés *recherche locale génétique* (Mühlenbein et al. 1988) ou algorithmes *mémétiques* (Moscato et Cotta 2010), ont récemment produit des solutions de grande qualité sur les jeux de tests courants pour le VRP (Prins 2004, Mester et Bräysy 2007, Nagata et al. 2010), ou le VRP avec fenêtres de temps Bräysy et al. (2004), Nagata et Bräysy (2009b). Ces méthodes évolutionnaires pour le VRP sont revues de manière détaillée dans Potvin (2009). Les métaheuristiques *path-relinking (PR)* et *scatter search (SS)* constituent d'autres méthodes de population basées sur la combinaison de solutions. Ces méthodes diffèrent majoritairement par la manière dont les solutions sont croisées. Les croisements de la méthode de path-relinking sont généralement déterministes. Ils

consistent à choisir une solution de départ s^{DEP} ainsi qu'une solution guide s^{GD} dans une population de solutions élites. Les caractéristiques de s^{GD} sont ensuite progressivement insérées dans s^{DEP} afin de créer une trajectoire reliant ces deux solutions, contenant éventuellement de nouvelles solution améliorantes. Les croisements du scatter search ont la particularité d'impliquer éventuellement un grand nombre de solutions $k \geq 2$ issues d'un ensemble d'élites. De façon informelle, ces deux types de croisements visent à explorer de manière privilégiée une portion convexe de l'espace de recherche, délimitée par les différentes solutions élites, et susceptible de contenir des solutions de grande qualité. Ces méthodes ont été appliquées au VRP et à ses variantes avec succès (Ho et Gendreau 2006, Hashimoto et Yagiura 2008, Campos et al. 2008). Les méthodes de *colonies de fourmis (ACO)* (Dorigo et Stützle 2004) sont inspirées du comportement des insectes sociaux à la recherche de nourriture, qui tirent profit de communications extrêmement simples pour résoudre des problèmes complexes. ACO a été appliqué avec succès au VRP par Reimann et al. (2004) notamment. Le comportement individuel des fourmis y est incarné par des heuristiques constructives de Clarke et Wright (1964) et des recherches locales de type 2-opt, interagissant aux moyens d'informations (phéromones) sur les insertions de visites souhaitables. Il existe encore bien d'autres métaheuristiques à base d'apprentissage et de populations, notamment des méthodes de *réseaux de neurones*, *essais particuliers*, *colonies d'abeilles*, *systèmes immunitaires* etc... Cependant, peu de ces concepts ont à l'heure actuelle conduit à des méthodes performantes pour le VRP et ses variantes.

En règle générale, les métaheuristiques à base de trajectoires, et notamment les méthodes tabou, sont les plus répandues dans le domaine des tournées de véhicules, constituant un très bon compromis entre qualité de solution, simplicité et rapidité. Cependant les métaheuristiques les plus efficaces pour le VRP sont de natures variées, incluant notamment l'algorithme génétique hybride de Nagata et Bräysy (2009a), la stratégie évolutionnaire guidée de Mester et Bräysy (2007), la méthode GRASP×ELS de Prins (2009a), la méthode tabou de Zachariadis et Kiranoudis (2010a) et enfin la méthode à base de mémoire adaptative et recherche tabou de Tarantilis (2005). Celles-ci produisent généralement des solutions extrêmement proches ou identiques aux meilleures solutions connues dans la littérature, avec des écarts de l'ordre de 0.2% sur des instances comportant jusque 500 clients. Certaines instances plus grandes comptant des milliers de clients ont par ailleurs pu être traitées (Li et al. 2005, Mester et Bräysy 2007, Kytöjoki et al. 2007, Dondo et Cerda 2009), comblant ainsi la nécessité de méthodes rapides pour des problèmes de VRP pratiques de taille conséquente.

2.5 Métaheuristiques hybrides, et méthodes coopératives

Les métaheuristiques hybrides impliquent de mêler plusieurs métaheuristiques de natures différentes, ainsi que des méthodes d'autre nature éventuellement (méthodes exactes par exemple), au sein d'un même algorithme. Les différents concepts peuvent être utilisés de façon modulaire (deux méthodes différentes appelées successivement ou échangeant régulièrement des solutions), ou être indissociables, par exemple lorsqu'une mémoire tabou est utilisée dans une méthode de trajectoire comme VNS. L'attrait des méthodes hybrides tient à un phénomène de *synergie* (Raidl et al. 2010) particulièrement vertueux: la variété des méthodes permettant de réduire les calculs redondants, favoriser la diversité des comportements et donc des solutions obtenues. Un grand nombre de méthodes efficaces pour le VRP sont des hybrides. Les algorithmes génétiques ou évolutionnaires hybrides de Mester et Bräysy (2007), Nagata et Bräysy (2009a) associent opérateurs génétiques et méthodes de trajectoire de type recherche locale ou recherche à voisinage large. D'autres méthodes associent recherches par trajectoire et reconstitutions de

solutions à partir de routes prometteuses. Cette reconstitution peut être effectuée au moyen d’heuristiques (Tarantilis 2005), ou par l’intermédiaire de modèles de programmation en nombre entier de type *set partitioning* (Rochat et Taillard 1995, Danna et Le Pape 2005, Alvarenga et al. 2007). Les méthodes coopératives et parallèles (Toulouse, M. et al. 1996, Alba 2005, Crainic et Toulouse 2010) forment un deuxième axe de recherche émergent pour le VRP. Celles-ci peuvent impliquer plusieurs instance d’une même méthode, ou un schéma de résolution hybride. Le mode de coopération est intimement lié à la nature des communications entre méthodes, de l’information partagée, et à la fréquence des communications. À l’image des méthodes d’intelligence collective, la coopération entre méthode est susceptible de produire une méthode aux comportements variés et à forte capacité d’innovation. Dans le domaine du VRP, des méthodes coopératives performantes ont été bâties sur des échanges de solutions asynchrones, déclenchés individuellement par les méthodes en coopération. Rochat et Taillard (1995) met en place un système de coopération basé sur une *mémoire adaptative*, contenant des fragments prometteurs de solutions. Des méthodes tabou viennent prélever des solutions reconstituées à partir de ces fragments, les améliorent, et retournent les meilleures solutions ainsi obtenues à la mémoire adaptative. Le Bouthillier et Crainic (2005), ainsi que Le Bouthillier et al. (2005) proposent une méthode coopérative basée sur une *mémoire centrale* dédiée à conserver des solutions élites. Des méthodes tabou ainsi que des algorithmes génétiques viennent prélever et améliorer les solutions de cet ensemble. En plus d’un échange de solutions élites, la méthode proposée par Le Bouthillier et al. (2005) fait transiter des informations de *guidage* entre les différentes méthodes, pour communiquer sur les zones prometteuses de l’espace de recherche. Finalement, la récente méthode “*integrative cooperative search*” (*ICS*) (Crainic et al. 2009), spécialement dédiée aux variantes complexes du VRP et autres problèmes combinatoires, opère une décomposition structurelle des problèmes parmi plusieurs mémoires centrales. En supplément des algorithmes dédiés à chaque sous-problème engendré par la décomposition, des intégrateurs assument le rôle de reconstituer des solutions complètes, et un coordinateur de recherche global se charge de guider la recherche, ainsi que de modifier, si nécessaire, les différents paramètres et procédures en jeu.

Les concepts d’hybridation et de coopération impliquent éventuellement une complexité de mise en oeuvre supplémentaire, liée à la multiplication des concepts différents à implanter, ou aux choix de conceptions liés aux modes et à la temporalité des communications. Cependant, avec l’avènement des processeurs multi-cœurs, le nombre de processus, leur variété, ainsi que les modes de communication sont inévitablement amenés à avoir un impact méthodologique sur les algorithmes, afin de tirer au maximum profit des ces nouvelles possibilités.

2.6 Bilan

Au vu des méthodes présentées dans cette section, le VRP “classique” est remarquablement bien résolu de nos jours de manière heuristiques. Le problème reste cependant toujours un terrain d’essai privilégié pour de nombreuses recherches méthodologiques, visant à développer des méthodes de recherche locale plus efficace, de nouveaux concepts métaheuristiques, ou des méthodes hybrides et coopératives notamment. Dans les dernières années, la littérature s’est fortement orientée vers des problèmes de tournées de véhicules multi-attributs, pour lesquels les cas d’application pratique posent toujours d’importants défis. En effet, bien que de nombreuses méthodologies présentées dans cette Section puissent être rapidement adaptées à ces nouveaux problèmes, très peu de méthodes généralistes capables de traiter un large éventail de problèmes de VRP multi-attributs ont vu le jour. Il est alors souvent nécessaire de traiter chaque cas

individuellement, et donc d’opérer un travail de développement couteux et long.

L’objectif des prochaines sections est de présenter les problèmes de VRP multi-attributs de manière classifiée, afin d’en dégager une synthèse objective des concepts heuristiques à succès. Une telle analyse constitue un premier pas vers le développement de méthodes agiles, capables de traiter une plus grande variété de variantes du VRP.

3 VRP multi-attributs: présentation et classification

Les problèmes VRP multi-attributs sont dans leur grande majorité liées aux exigences des cas réels d’applications, qui impliquent par exemple fréquemment des problèmes avec plusieurs dépôts, une flotte de véhicules hétérogène, ou des fenêtres de temps de service associées aux clients. Les multiples attributs se traduisent en une vaste littérature, réunissant plusieurs milliers d’articles (Eksioglu et al. 2009). Plusieurs classifications de ces variantes du VRP ont été proposées: Bodin (1975) et Bodin et Golden (1981) répertorient une dizaine de caractéristiques courantes des tournées avec aspects temporels. Dans le même esprit, Ronen (1988) propose une taxonomie similaire axée sur des caractéristiques en lien plus étroit avec la pratique, et discute les enjeux des méthodes de résolution. Desrochers et al. (1990) propose une classification plus complète ainsi qu’une notation en quatre champs inspirée de Graham et al. (1979), servant de support dans Desrochers et al. (1999) pour la création d’un système de gestion d’algorithmes et modèles, basé sur des mécanismes d’inférence pour sélectionner ou produire des méthodes de résolution appropriées. Eksioglu et al. (2009) fournit actuellement la taxonomie la plus complète de la littérature du VRP, intégrant la majeure partie des variantes les plus courantes ainsi que plusieurs considérations d’ordre général sur la nature des articles. Cette taxonomie s’accompagne de données bibliométriques, illustrant la croissance du nombre de contributions, les principaux auteurs, sujets et journaux. Enfin, en complément des taxonomies précédentes, d’autres revues de littératures classifiées proposent une vue d’ensemble autour des problèmes de tournées (Assad 1988, Desrosiers et al. 1995, Bräysy et al. 2008a,b, Andersson et al. 2010, Hoff et al. 2010). Les bibliographies annotées de Laporte et Osman (1995), Gendreau et al. (2008) sont aussi particulièrement remarquables, fournissant des pointeurs vers plusieurs centaines d’articles traitant du VRP, variantes et problèmes connexes.

Cependant, contrairement au domaine de l’ordonnancement où la classification de Graham et al. (1979) est toujours utilisée et mise à jour, aucune des classifications précédentes n’a été reprise à grande échelle dans la littérature du VRP. Ce phénomène est éventuellement lié à la grande variété d’attributs de nature fort différente, qui rendent toute taxonomie exhaustive particulièrement laborieuse. D’autre part bien que les classifications vues précédemment aient permis d’organiser les différents attributs et contributions, peu de clés sont données quand aux concepts heuristiques à privilégier pour les différents types d’attributs.

Nous proposons ici une classification simple des attributs du VRP, liée à leur impact sur trois aspects majeurs du problème qui doivent impérativement être traités dans les méthodes de résolution: l’aspect *affectation des services*, *choix des séquences*, et *optimisation/évaluation à séquence fixée*. Comme l’illustre la Figure 3, traiter l’ensemble de ces aspects conduit à une approche complète de résolution. Une décomposition similaire du problème avait par ailleurs été mentionnée par Desaulniers et al. (1998) dans un cadre dédié aux problèmes de tournées avec aspects temporels: ‘*Any solution approach to the VRPTW or the PDPTW must examine three aspects of the problem: the clustering of the nodes (or the assignment of customers to vehicles), the routing of the vehicles and the development of each vehicle’s schedule. Approaches differ in*

terms of the simultaneous or hierarchical treatment of these issues.'

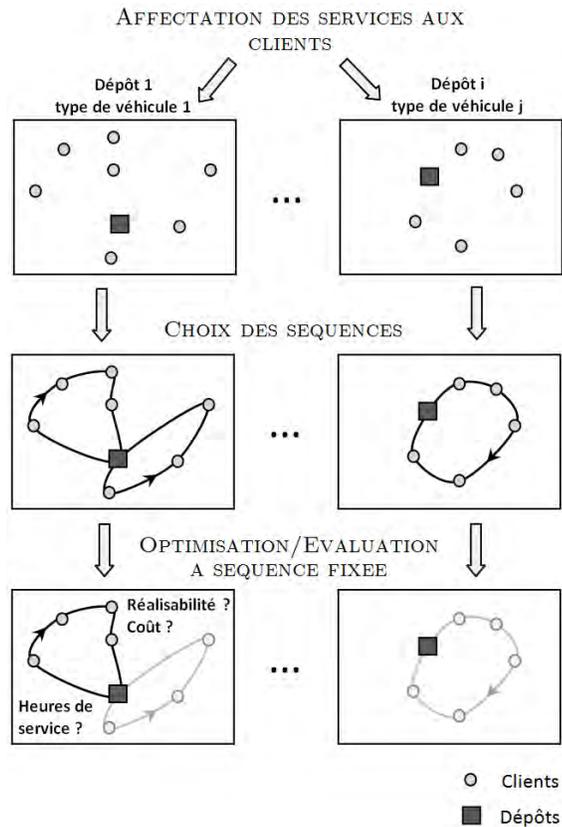


Figure 3: Trois aspects des problèmes de tournées

Dans notre contexte, l'aspect affectation englobe toute répartition des services sur un ensemble de ressources, comme des véhicules, types de véhicules, dépôts ou périodes de service dans un horizon de planification. Les principaux attributs impactant l'affectation de services incluent *dépôts multiples*, *flotte hétérogène*, *problèmes périodiques*, *livraisons fractionnées*, et *tournées avec primes*. L'aspect choix des séquences comprend les choix d'ordres de visite aux clients, et est impacté par les contraintes et caractéristiques limitant ces choix ou la nature des séquences en jeu. Les attributs de ce type incluent notamment les *collectes au retour*, *collectes et livraisons couplées* et *routes multiples*. Enfin, l'aspect optimisation/évaluation à séquence fixée regroupe toute vérification de contrainte ou autre caractéristique sur une séquence donnée, y compris l'optimisation d'autres variables à séquence fixée, comme les heures de départ et d'arrivée pour des problèmes avec fenêtres de temps. Sont concernées dans cette dernière catégorie les *fenêtres de temps*, *durées de parcours dépendant du temps*, *contraintes législatives sur le transport longue distance*, *contraintes de chargement* et *tournées ouvertes*.

Utiliser cette décomposition à des fins de classification permet ainsi de mettre en relation les variations du problème, et les arrangements requis dans les méthodes de résolution pour les traiter. Par exemple, un attribut agissant sur l'optimisation/évaluation à séquence fixée peut-être géré dans un algorithme existant grâce à l'ajout d'une méthode d'évaluation de séquence appropriée, tout en conservant les aspects d'allocation de ressource et de création de séquence.

A noter enfin que cette classification n'est pas forcément mutuellement exclusive: un attribut pouvant éventuellement apparaître dans plusieurs catégories, ou des catégories différentes suivant la modélisation qui en est faite.

4 Principaux attributs et heuristiques remarquables

Cette section présente de manière classifiée et objective les principaux attributs du VRP à échelon unique, déterministe et non dynamique, ainsi que des méthodes heuristiques les plus performantes. Nous avons sélectionné 15 variantes du VRP pour étude, sur deux critères principaux: 1) la variante est l'objet d'une littérature riche comportant méthodes heuristiques, exactes, et éventuellement des revues de littérature spécialisées; 2) des jeux de tests ont été développés afin de comparer les méthodes heuristiques. Le premier pré-requis traduit l'importance du domaine, tandis que le deuxième garantit de pouvoir sélectionner d'une manière objective quelques algorithmes particulièrement performants. Nous allons brièvement présenter cette sélection d'attributs et d'heuristiques au sein de notre nouvelle classification.

4.1 Attributs impactant l'affectation des services

Multiples dépôts: Le *VRP multi-dépôts (MDVRP)* implique un nombre de dépôts $d > 1$. Chaque véhicule est affecté à un unique dépôt qui constitue l'origine et la destination de sa route. Dans certaines variantes, appelées problèmes "non-fixés", les dépôts d'origine et de destination peuvent éventuellement être différents. Des revues de littérature spécialisées et détaillées sont fournies dans Ombuki-Berman et Hanshar (2009) et dans notre article (c.f. Annexe 1) consacré à la résolution de problèmes périodiques et multi-dépôts. Une méthode exacte remarquable de Baldacci et Mingozzi (2009) a permis de résoudre des problèmes comportant jusqu'à 100 clients. Les meilleures heuristiques pour ce problème sont des recherches à base de voisinage, comme les recherches tabou de Renaud et al. (1996) et Cordeau et al. (1997), cette dernière méthode tire profit d'une évaluation efficace de voisinages performants, de l'utilisation d'une variété de solutions irréalisables pénalisées, et implémente des méthodes de diversification à long terme basées sur les fréquences d'apparitions des éléments de solutions. Enfin, la recherche adaptative à voisinage large (ALNS) de Pisinger et Ropke (2007) exploite un voisinage large à base d'opérateurs de destruction et reconstruction. La fréquence d'utilisation des opérateurs est adaptée en fonction de leurs performances dans l'historique de la recherche.

Flotte hétérogène: Les clients sont affectés à différents types de véhicules de caractéristiques différentes en termes de charge ou temps de route maximum, coûts fixes, et coûts variables en fonction de la distance. Lorsque le nombre de véhicules est limité, le problème est généralement désigné en tant que problème de *tournées de véhicules hétérogènes (HVRP)*, et dans le cas contraire en tant que *fleet size and mix vehicle routing problem (FSMVRP)*. Une revue de littérature récente à ce sujet est proposée dans Baldacci et al. (2008a). Une méthode exacte de Baldacci et Mingozzi (2009) permet aujourd'hui de résoudre tous les problèmes de 75 clients et moins, ainsi que quelques problèmes comportant 100, voire 199 clients. Les meilleures heuristiques sont de natures variées: à base de génération de colonnes (Choi et Tcha 2007), de recuit simulé avec détériorations de solutions limitées (*record-to-record travel algorithm* de Li et al. 2007a), ou de méthodes génétiques hybrides (Prins 2009c), mêlant deux représentations de solutions et espaces de recherche associés, ainsi que des méthodes de gestion de diversité de population.

Périodique: La planification des routes est opérée successivement sur un horizon de plusieurs périodes temporelles. Chaque client requiert un nombre de services total sur l'horizon temporel, et définit des combinaisons de périodes de visites acceptables appelées *patterns*. L'affectation des visites est ainsi opérée au sein de différentes périodes, et sujette aux contraintes de compatibilité avec les patterns. Les différentes contributions pour le *VRP périodique (PVRP)* et cas d'applications sont présentées dans la revue de Francis et al. (2008). Certains problèmes comportant jusqu'à 100 clients sur un horizon de six périodes temporelles ont pu être résolus de manière exacte par Baldacci et al. (2010a). Pour des instances plus grandes, les métaheuristiques à trajectoire, recherche Tabou (Cordeau et al. 1997) ou VNS (Hemmelmayr et al. 2009) permettent actuellement de produire les meilleurs résultats. Une rare méthode de population, spécialement dédiée à des problèmes à large horizon de temps a été introduite par Alegre et al. (2007). Cette méthode optimise spécifiquement l'aspect affectation, et se sert de méthodes constructives pour créer les séquence lors de l'évaluation des solutions.

Livraisons fractionnées: La demande d'un client peut-être satisfaite par plusieurs véhicules desservant chacun des chargements partiels. Le variante ainsi obtenue est appelée *VRP with split deliveries (SDVRP)*, et revue dans Chen et al. (2007), Archetti et Speranza (2008). Les méthodes exactes pour le SDVRP à base de séparation et coupes ou programmation dynamique, n'ont actuellement pas pu résoudre des instances de plus de 50 clients (Belenguer et al. 2000, Lee et al. 2006). Lorsque des fenêtres de temps de service sont rajoutées, des instances de plus grande taille comprenant 100 clients ont pu être résolues par une méthode de *branch-and-cut-and-price* de Desaulniers (2009). Parmi les meilleures heuristiques se trouvent la méthode *record-to-record* de Chen et al. (2007), incluant un modèle de programmation en nombre entier pour optimiser le fractionnement des services, ainsi que l'algorithme génétique hybride de Boudia et al. (2007), qui utilise une double représentation de solution à la manière de Prins (2004) et des méthodes de gestion de diversité dans la population. Enfin, Mota et al. (2007) propose une méthode SS basée sur des opérateurs de croisement particulièrement bien spécialisés au SDVRP.

Tournées avec primes: Pour chaque client, le service est optionnel mais récompensé par une prime. Plusieurs objectifs ont été traités dans la littérature, notamment l'optimisation d'une somme pondérée de longueur des routes et primes (Dell'Amico et al. 1995), ou la maximisation des primes sous une contrainte de longueur des routes, couramment appelée *team orienteering problem*. Des revues spécialisées sont proposées par (Feillet et al. 2005, Vansteenwegen et al. 2010). Certaines instances comportant jusqu'à 100 clients ont pu être résolues exactement par des méthodes de génération de colonne (Butt et Ryan 1999, Boussier et al. 2006). Les heuristiques performantes sont de nature variées: Archetti et al. (2006) propose une recherche tabou et recherche à voisinage variable mêlées, qui effectue régulièrement des sauts entre différentes régions de l'espace de recherche pour favoriser l'exploration, tandis que Ke et al. (2008) propose une méthode de colonie de fourmis hybridée avec une recherche locale. Enfin, Souffriau et al. (2010) propose une méthode *path relinking* comprenant des opérateurs particulièrement efficaces pour le problème, et un mécanisme de gestion de l'ensemble des solutions basé sur des concepts de vieillissement.

4.2 Attributs impactant les séquences ou la structure des routes

Collectes au retour (Backhauls): Les clients sont séparés en deux types, les clients *de livraison (linehaul)*, et les clients *de collecte (backhaul)*. Toute route mêlant des clients des deux types doit impérativement desservir tous les clients *de livraison* avant le premier client *de collecte*. D'autre part, aucune route ne peut contenir uniquement des clients de collecte. La

variante ainsi définie, appelée *VRP with backhauls (VRPB)*, est souvent classifiée en tant que problème de collecte et livraison (Berbeglia et al. 2007). Nous l'avons ici séparée du fait des contraintes particulières imposées à la structure de routes. Des revues de littérature dédiées peuvent être trouvées dans Toth et Vigo (2002a) et Parragh et al. (2008a). A l'heure actuelle, des instances de 100 clients au maximum ont pu être résolues de manière exacte par Toth et Vigo (1997) et Mingozzi et al. (1999). Les meilleures métaheuristiques incluent ALNS de Ropke et Pisinger (2006a), la recherche tabou de Brandao (2006), exploitant plusieurs mémoires à long terme afin d'orienter la recherche sur des caractéristiques rencontrées peu fréquemment, et enfin la méthode d'optimisation par colonies de fourmis de Gajpal et Abad (2009) faisant évoluer deux familles de fourmis pour traiter chacun des deux aspects du problème (affectation et séquence).

Collectes et livraisons couplées: Chaque service est caractérisé par une paire de localisations désignant le lieu de la collecte et le lieu de la livraison. Toute collecte doit être effectuée dans la portion de route précédant la livraison. Des contraintes supplémentaires sur la durée de route entre collecte et livraison sont parfois ajoutées, la littérature utilisant dans ce cas le terme de *dial-a-ride problem (DARP)*, en relation à ses applications dans le domaine du transport à la demande. Des contraintes de fenêtres de temps s'appliquant sur les collectes et livraisons entrent aussi fréquemment en jeu. Ce type de problème de collecte et livraison est traité dans de nombreuses revues de littérature (Desaulniers et al. 2002, Berbeglia et al. 2007, Parragh et al. 2008b,a, Cordeau et al. 2008, Berbeglia et al. 2010) en tant que "*one-to-one pickup and delivery problem*". La plupart des méthodes exactes ont considéré des problèmes de collecte et livraison avec fenêtres de temps. En ce faisant, des instances comptant jusqu'à 96 services ont pu être résolues par Ropke et al. (2007). Les métaheuristiques à base de trajectoire ont été particulièrement performantes, incluant ALNS de (Ropke et al. 2007), et la méthode en deux phases de Bent et Hentenryck (2006) qui combine SA pour réduire le nombre de routes avec LNS pour optimiser les distances. Pour le DARP, les méthodes tabou de Cordeau et Laporte (2003) et VNS de Parragh et al. (2010) présentent les meilleurs résultats.

Routes multiples: Lors de sa tournée, un véhicule peut repasser au dépôt pour déposer son chargement et continuer sur une nouvelle route. En ce faisant, les contraintes globales sur les routes, comme les durées maximum ou les fenêtres de temps, continuent à être comptabilisées. Les routes multiples modifient notamment la structure de la séquence, en permettant des passages multiples au dépôt. L'évaluation des routes est aussi impactée, car le chargement doit être réinitialisé à un passage au dépôt, si bien que cet attribut pourrait aussi apparaître dans la catégorie "optimisation/évaluation à séquence fixée". Azi et al. (2010) propose un parcours de la littérature récente à ce sujet, ainsi qu'une méthode exacte permettant de résoudre des instances comportant 40, voire 50 clients. Parmi les heuristiques les plus performantes, la méthode tabou de Alonso et al. (2007) généralise Cordeau et al. (1997) à un problème complexe de VRP périodique avec routes multiples et contraintes de compatibilité entre véhicules et clients. Olivera et Viera (2007) propose une recherche à mémoire adaptative basée sur la génération et combinaison de routes (reprenant les concepts de Taillard et al. 1996), et associant étroitement l'aspect routage et affectation dans les mécanismes de recherche locale. Enfin, l'algorithme génétique Salhi et Petch (2007) se base sur une représentation à haut niveau des routes sous forme de secteurs circulaires ainsi que des concepts de mutations et injection continue de nouveau matériel génétique.

4.3 Attributs impactant l’optimisation/évaluation à séquence fixée

Fenêtres de temps: Le *VRP with time-windows (VRPTW)* constitue assurément la variante du VRP la plus étudiée. Celle-ci associe des fenêtres de temps de visite aux clients et dépôts, chaque arc étant dans ce contexte caractérisé par une durée de trajet généralement assimilée au coût. Un véhicule se rendant trop tôt à une destination peut attendre jusqu’au début de la fenêtre de temps. Le temps d’attente résultant est pris en compte dans la contrainte de durée maximum de route. Une arrivée tardive rend la solution associée irréalisable dans la version classique des fenêtres de temps, cependant certaines variantes, nommées “fenêtres de temps souples” autorisent des arrivées tardives et éventuellement en avance, sanctionnées au moyen de pénalités. De nombreuses revues de littérature ont été conduites sur le sujet par Solomon et Desrosiers (1988), Desrosiers et al. (1995), Cordeau et al. (2002), Bräysy et al. (2004), Bräysy et Gendreau (2005a,b), Gendreau et Tarantilis (2010). Les méthodes exactes les plus performantes ont été proposées par Kallehauge et al. (2006), Jepsen et al. (2008), Baldacci et al. (2010b), et ont permis exceptionnellement de résoudre quelques instances de 1000 clients. Une telle résolution est cependant fortement dépendante des caractéristiques de l’instance, les fenêtres de temps étroites tendant à restreindre le nombre de solutions réalisables et grandement faciliter certaines approches exactes. Les meilleurs algorithmes actuels pour le VRPTW sont à base de populations: l’algorithme évolutionnaire guidé de Repoussis et al. (2009) est une combinaison complexe d’évolution, mutations à base de destruction et reconstruction, ainsi que de recherches à trajectoire guidée. L’algorithme génétique hybride de Nagata et al. (2010) exploite un crossover particulièrement efficace. Ce dernier, ainsi que le path relinking de Hashimoto et Yagiura (2008), applique une relaxation particulière des contraintes temporelles sous forme de retours dans le temps payants, afin de tirer profit de solutions irréalisables.

Durées de parcours dépendant du temps: Les durées de transport sur les arcs dépendent de l’instant où ils sont traversés. Certains auteurs assument la présence d’une propriété *first-in first-out (FIFO)* sur les durées de transport signifiant qu’un véhicule partant plus tôt arrive à destination plus tôt. Cette propriété simplifie le problème, mais n’est pas forcément satisfaite dans plusieurs cas d’application, notamment les transports ferroviaires. Cette variante est aussi fréquemment accompagnée de contraintes de fenêtres de temps. Des revues de littérature spécialisées sont fournies par Malandraki et Daskin (1992), Ichoua et al. (2003), Fleischmann et al. (2004). A l’heure actuelle, aucune méthode exacte n’a été publiée pour cette variante, et la littérature s’est majoritairement concentrée sur des heuristiques. Parmi les heuristiques particulièrement performantes, la recherche à mémoire adaptative de Ichoua et al. (2003) gère une population de routes de bonnes qualité, utilisées pour être combinées et améliorées par des méthodes tabou, tandis que la méthode ILS de Hashimoto et al. (2008) tire sa force d’une relaxation temporaire du problème couplée à une évaluation extrêmement efficace des mouvements de recherche locale. Enfin, Balseiro et al. (2011) propose une méthode ACO hybride coopérative, comportant notamment des recherches locales et chaînes d’éjection, et impliquant deux colonies de fourmis dédiées à deux objectifs différents (minimisation du nombre de véhicules et minimisation des distances) à la manière de Gambardella et al. (1999).

Autres attributs liés au temps: Une grande variété de contraintes temporelles sur les routes ont été introduites dans la littérature, incluant entre autres le choix des vitesses de déplacement, des contraintes liées au temps d’attente, des fenêtres de temps multiples, et une grande variété d’objectifs liés au temps: coût de service dépendant du temps ou minimisation de la somme des temps de livraison aux clients (VRP cumulatif). Toutes ces variantes impliquent un choix d’instant de départ et d’arrivée aux clients, éventuellement sujets à op-

timisation (problème de *timing*), pour chaque route proposée au cours de la recherche, permettant de déterminer la faisabilité ou le coût d'une route. Une revue à ce sujet est fournie dans un article dédié, joint en Annexe 2, au sein d'un cadre très général non limité aux seuls problèmes de tournées de véhicules. Hashimoto et al. (2010) par ailleurs présente plusieurs méthodes d'évaluation de route efficace pour une variété d'attributs temporels. Un ensemble d'heuristiques ILS ont permis de traiter efficacement les problèmes avec temps de parcours flexibles (Hashimoto et al. 2006), objectifs linéaires par morceaux en fonction des temps de service aux clients (Ibaraki et al. 2005), et objectifs convexes en fonction des temps de service aux clients (Ibaraki et al. 2008). Ces trois algorithmes sont basés sur des évaluations particulièrement efficaces des mouvements pour les problèmes considérés. Enfin, Ngueveu et al. (2009) et Ribeiro et Laporte (2011) étendent respectivement les concepts d'algorithme génétique hybride à deux espaces de recherche (Prins 2004) et de recherche adaptative à voisinage large de Pisinger et Ropke (2007) pour le cumulative VRP avec succès.

Contraintes législatives sur le transport longue distance: Les différentes législations des pays concernant les transports longue distance imposent des règles complexes sur les périodes de conduites et pauses effectuées par les conducteurs. La combinaison du problème de tournées avec l'agencement des pauses résulte en des problèmes complexes de vérification de faisabilité des routes. Les méthodes à ce sujet forment un domaine émergent particulièrement actif dans la littérature, actuellement principalement axées sur les législations des États-Unis ou de l'Europe. Les sous-problèmes d'agencement des pauses pour une route donnée peuvent être résolues de manière exacte, en temps polynomial dans le cas de la législation des États-Unis (Goel et Kok 2009a). Pour la législation Européenne la complexité du problème de placement des pauses n'est pas encore déterminée (Goel 2010). Comme la faisabilité des routes est coûteuse à évaluer, des méthodes simples de routage à base de trajectoire sont généralement privilégiées: des méthodes à voisinage large (Goel et Kok 2009a) tirant éventuellement profit d'heuristiques de génération de colonne (Prescott-Gagnon et al. 2010), ou la méthode tabou de Rancourt et al. (2010) pour traiter les aspects législatifs des États-Unis ainsi que des fenêtres de temps multiples.

Contraintes de chargement: Les services de transport de chargements de petite taille (*less-than-truckload routing*) sont à l'origine d'une grande variété de contraintes liées à l'organisation des colis ou palettes dans un espace en deux ou trois dimensions (2L-CVRP ou 3L-CVRP), et à la position des produits lors des chargements et déchargement. D'autres problèmes connexes impliquent des véhicules à compartiments multiples, notamment une classe de problèmes connue sous le nom de "*Petrol Station Replenishment Problem*" où le contenu des compartiments ne peut être divisé entre clients. Enfin, des problèmes liés au transport de matières dangereuses peuvent éventuellement impliquer des contraintes supplémentaires de distance ou incompatibilité entre produits lors du chargement. De tels problèmes avec contraintes de chargement sont rassemblés dans la revue de Iori et Martello (2010). Une méthode exacte a été développée par Tricoire et al. (2009) pour un problème de chargement de palettes, permettant de traiter jusqu'à 36 clients. Cependant, pour la majeure partie de ces problèmes, une résolution exacte est actuellement impraticable. Les méthodes heuristiques efficaces pour les VRP avec placement 2D ou 3D incluent notamment des approches par colonies de fourmis (ACO) (Fuellerer et al. 2009, 2010), recherches tabou (Zachariadis et al. 2009) avec mémoires à long terme pour influencer le coût des arcs et favoriser une plus vaste exploration de l'espace de recherche, et enfin une méthode GRASPxELS (Duhamel et al. 2011) résolvant une relaxation du 2L-CVRP sous forme de problème d'ordonnancement de projet avec contraintes de ressources,

et transformant la solution ainsi obtenue en solution du 2L-CVRP. Pour des problèmes de chargement de palettes, les meilleures performances semblent être atteintes par la recherche à voisinage variable de Tricoire et al. (2009). Trois des méthodes précédentes sur quatre se servent de mémoires, souvent implantées comme des tables de hachage, afin de mémoriser les tests de faisabilité sur les chargements des diverses routes.

Open VRP: En relation aux pratiques de facturation des fournisseurs de transports routiers, le dernier retour au dépôt n’est pas compté dans les coûts de transport. Cette variante est revue dans Li et al. (2007b). La méthode exacte de (Letchford et al. 2006) permet actuellement de traiter des problèmes comprenant 100 clients. Le *open VRP* est très proche du VRP “classique” du point de vue d’une résolution heuristique, et beaucoup des méthodes efficaces sont des adaptations de méthodes originalement pour le VRP. Zachariadis et Kiranoudis (2010b) propose une méthode tabou utilisant des mémoires perfectionnées pour accélérer l’évaluation des voisinages, tandis que Fleszar et al. (2009) propose une recherche à voisinage variable efficace qui tire profit de certaines solutions irréalisables vis-à-vis des contraintes de longueur de route. Enfin, l’algorithme évolutionnaire hybride de Repoussis et al. (2010), déjà appliqué au VRPTW, a présenté de bons résultats.

5 Analyse de concepts heuristiques à succès pour les VRP multi-attributs

Nous avons introduit dans la section précédente un ensemble de 48 heuristiques pour 15 variantes différentes du VRP. Ces méthodes, présentant des performances remarquables sur les jeux de tests de la littérature, sont de natures variées (c.f. Tableau 1), à l’image de la diversité des problèmes multi-attributs en jeu. Les méthodes à base de trajectoire ont par ailleurs tendance à être généralement plus représentées: les métaheuristiques tabou (*Unified Tabu Search* de Cordeau et al. 1997, 2001, Cordeau et Laporte 2003) et de recherche adaptative à voisinage large (ALNS de Ropke et Pisinger 2006a,b, Pisinger et Ropke 2007) ayant conduit à des algorithmes remarquables par leur efficacité et leur capacité à traiter une grande variété de méthodes multi-attributs. D’autres méthodes récentes à base de populations, et notamment les méthodes génétiques hybrides de Prins (2004), Boudia et al. (2007), Prins (2009c), Ngueveu et al. (2009) ont aussi présenté de bons résultats sur plusieurs variantes du VRP.

Table 1: Types d’heuristiques fréquents parmi les 48 méthodes sélectionnées en Section 4 pour leur grande performance à résoudre des problèmes de VRP multi-attributs.

Type d’heuristique	Fréq.
Recherche tabou	14
Algorithme génétique ou évolutionnaire	8
Recherche à voisinage large	7
Recherche locale itérée ou évolutionnaire	6
Recherche à voisinage variable	5
Algorithme de colonies de fourmis	4
Recuit simulé et “record-to-record”	3
Scatter search	2
Path relinking	2

Nous présentons maintenant une analyse conceptuelle de ces méthodes à succès, axée sur sept caractéristiques fondamentales des métaheuristiques actuelles:

- la nature des **espaces de recherche**,
- le comportement de la méthode en termes de **trajectoire de recherche**,
- les **mémoires et l'apprentissage** effectué par la méthode
- l'utilisation de **stratégies hybrides**
- la présence de concepts de **coopération**
- la présence de concepts de **décomposition** du problème,
- l'utilisation de ressources de **calcul parallèle**

Une présentation synthétique de notre analyse est fournie dans le Tableau 2-3. Chaque ligne du Tableau représente une méthode, tandis que chacune des 19 colonnes (3-21) représente un concept susceptible d'être utilisé. Les résultats sont présentés de manière visuelle, en indiquant d'une croix l'utilisation d'un concept par une méthode. La suite de cette Section décrira de manière plus détaillée la façon dont ces concepts ont été appliqués au sein de nos 48 heuristiques. Afin de pouvoir présenter des résultats quantitatifs, nous avons sélectionné (en gris) 38 méthodes distinctes, en ne considérant pas deux fois des algorithmes identiques appliqués à des problèmes différents. Les concepts analysés sont liés à chacune des caractéristiques fondamentales énoncées précédemment. Dans la catégorie des *espaces de recherche* nous analysons l'existence de voisinages à base d'échanges d'arcs, de méthodes d'accélération de la recherche locale, de voisinages larges, d'opérateurs de croisement et d'espaces de recherche multiples. Dans la catégorie *trajectoire de recherche* sont analysées l'existence de trajectoires basées sur l'aléatoire, ainsi que leur nature continue, à base de sauts, ou mixtes présentée plus en détail dans la suite de cette section. La catégorie *mémoires et apprentissage* regroupe les concepts de guidage, populations, gestion de diversité, et d'adaptation des paramètres de la méthodes au cours de la recherche. La catégorie *hybridation* permet de distinguer l'utilisation d'hybrides impliquant des méthodes exactes, les math-heuristiques, constituant un domaine de recherche actuellement émergent. Les dernières grandes catégories illustrent l'utilisation de *coopération*, de *décomposition* ou de *calcul parallèle*.

Espaces de recherche: Toutes ces heuristiques, à l'exception de quelques méthodes utilisant des voisinages larges, se basent sur au moins un type de voisinage à base d'échanges d'arcs décrit en Section 2.3. L'utilisation de ces voisinages est particulièrement cruciale, et constitue fréquemment la plus grande partie de l'effort de calcul des méthodes heuristiques pour le VRP. De ce fait, de nombreuses techniques sont appliqués pour réduire l'effort de calcul dédié à ces recherches locales, au moyens de mémoires des mouvements (Zachariadis et Kiranoudis 2010a), évaluation approximative ou bornes sur la valeur des solutions du voisinage (Ichoua et al. 2003), recherche séquentielle (Irnich et al. 2006, Prins 2009a), restrictions géométriques (Toth et Vigo 2003, Mester et Bräysy 2007), ou utilisation de variables globales pour mieux évaluer les voisinages pour divers attributs (Kindervater et Savelsbergh 1997). Parmi les méthodes sélectionnées, 19/38 méthodes distinctes utilisent au moins une des techniques énoncées précédemment.

Les voisinages larges de taille exponentielle sont aussi assez répandus. Au total nous avons recensé 10/38 méthodes utilisant des voisinages de type destruction et reconstruction, transfert cyclique, chaînes d'éjection ou procédures complexes d'élimination de routes. D'autre part,

Table 2: Analyse conceptuelle des heuristiques performantes pour le VRP et ses variantes: impactant l'affectation des services, et impactant les choix de séquences.

		ESP. RECH.	TRAJEC.	APPR.						
		ÉCHANGE ARCS	RELAXATION ESPACES MULT. CROISEMENTS VOIS. LARGES ACCEL. LS	MIXTES SAUTS CONT. + DÉTER. ALÉA	GUIDAGE POPULATIONS GESTION DIV. ADAPT. PARAMS.	HYBRIDATION	MATH-HEUR.	COOPÉRATION	DÉCOMPOSITION	PARALLÉLISME
VRP "CLASSIQUE"										
Tarantilis (2005)	M. Adap + Tabou	X	X	X X X	X X					
Prins (2009a)	GRASP×ELS	X X	X	X X X X		X	X			
Zachariadis et K. (2010a)	Tabou	X X		X X	X					
Mester et Bräysy (2007)	EA + ELS guidé	X X X		X X	X	X	X			
Nagata et Bräysy (2009b)	Génétique	X X	X	X X	X	X	X			
MULTIPLE DEPOTS										
Renaud et al. (1996)	Tabou	X		X X						
Cordeau et al. (1997)	Tabou	X X	X	X	X	X				
Pisinger et Ropke (2007)	ALNS		X X X	X X	X	X	X			
FLOTTE HETEROGENE										
Li et al. (2007a)	SA (R-to-R)	X X		X		X				
Prins (2009c)	Génétique	X	X X	X X	X X	X				
PERIODIQUE										
Cordeau et al. (1997)	Tabou	X X	X	X	X	X				
Alegre et al. (2007)	SS	X	X X	X X	X X				X	
Hemmelmayr et al. (2009)	VNS	X	X	X X		X				
LIVRAISONS FRACTIONNES										
Chen et al. (2007)	SA (R-to-R)	X X	X	X		X	X X			
Boudia et al. (2007)	Génétique	X	X X	X X	X X	X	X			
Mota et al. (2007)	Scatter Search	X	X	X	X	X				
TOURNEES + PRIMES										
Archetti et al. (2006)	Tabu + VNS	X	X X	X X X X		X	X			
Ke et al. (2008)	ACO	X		X X	X	X	X			
Souffriau et al. (2010)	Path Relinking	X	X	X X	X X					
BACKHAULS										
Brandao (2006)	Tabou	X	X	X X	X	X				
Ropke et Pisinger (2006a)	ALNS		X X X	X X	X	X	X			
Gajpal et Abad (2009)	ACO	X X	X	X X			X			
COLLECTE ET LIVRAISON										
Bent et Hentenryck (2006)	SA + LNS	X X X	X	X X			X X			
Ropke et al. (2007)	ALNS		X X X	X X	X	X	X			
Cordeau et Laporte (2003)	Tabou	X X	X	X X	X	X				
Parragh et al. (2010)	VNS	X	X X X	X X		X				
ROUTES MULTIPLES										
Alonso et al. (2007)	Tabou	X	X	X	X	X				
Olivera et Viera (2007)	M. Adap + Tabou	X X	X X	X X X X	X	X	X			
Salhi et Petch (2007)	Génétique	X	X X X	X X	X X	X	X			

12/38 méthodes effectuent des combinaisons de solutions ou de portions de solutions pour en générer de nouvelles, transmettant ainsi des bonnes caractéristiques de solutions sous forme de séquences, à la manière des algorithmes évolutionnaires, génétiques, SS ou PR.

Une proportion conséquente de ces méthodes (13/38) fait usage d'espaces de recherche multiples structurellement différents, dont les voisinages ou objectifs varient au cours de la recherche. Ce concept est fondamental dans la méthodologie VNS appliquée par Archetti et al.

Table 3: Analyse conceptuelle des heuristiques performantes pour les variantes du VRP impactant l'optimisation/évaluation à séquence fixée.

		ESP. RECH.	TRAJEC.	APPR.						
		ÉCHANGE ARCS	RELAXATION ESPACES MULT. CROISEMENTS VOIS. LARGES ACCEL. LS	CONT. + DÉTER. ALÉA	MIXTES SAUTS	GUIDAGE POPULATIONS	ADAPT. PARAMS. GESTION DIV. HYBRIDATION	MATH-HEUR. COOPÉRATION	DÉCOMPOSITION	PARALLÉLISME
FENETRES DE TEMPS										
Hashimoto et Y. (2008)	Path Relinking	X	X X X X	X	X X	X X X	X			
Repoussis et al. (2009)	Guided EA	X	X X X X X	X	X X X X	X X X X	X			
Nagata et al. (2010)	Génétique	X	X X X	X	X X	X	X			
DUR. TR. DÉPENDANT DU TEMPS										
Ichoua et al. (2003)	M. Adap + Tabou	X	X X X	X	X X X X	X	X	X	X	X
Hashimoto et al. (2008)	ILS	X	X X	X	X X					
Balseiro et al. (2011)	ACO	X	X X X X X	X	X X	X	X	X		
AUTRES ATTRIBUTS TEMPORELS										
Ibaraki et al. (2005, 2008)	ILS	X	X X	X	X X					
Ngueveu et al. (2009)	Génétique	X	X X X	X	X X	X X	X			
Ribeiro et Laporte (2011)	ALNS		X X X	X	X X	X X	X			
LÉGISLATION TRANSPORT										
Goel et Kok (2009b)	LNS	X	X X	X	X X					
P.-Gagnon et al. (2010)	LNS + Gen. Col.		X X X	X	X X		X X			
Rancourt et al. (2010)	Tabou	X	X	X	X		X			
CONTRAINTES CHARGEMENT										
Fuellerer et al. (2009, 2010)	ACO	X		X	X X	X X	X X		X	
Zachariadis et al. (2009)	Tabou guidé	X	X	X	X X	X				
Duhamel et al. (2011)	GRASP + ELS	X	X X X X	X	X X X X					
Tricoire et al. (2009)	VNS	X	X	X	X X					
OPEN VRP										
Fleszar et al. (2009)	VNS	X	X	X	X X					
Repoussis et al. (2010)	EA guidé	X	X X X X X	X	X X X X	X X X X	X			
Zachariadis et K. (2010b)	Tabou	X	X	X	X X	X				

(2006) et Parragh et al. (2010), en combinant des voisinages classiques à base d'échange d'arcs et des voisinages larges. D'autres méthodes VNS font varier le nombre de clients déplacés au cours de mouvements à base d'échange d'arcs (Hemmelmayr et al. 2009, Tricoire et al. 2009), mais n'impliquent pas à proprement parler de différences structurelles entre voisinages successifs. La double représentation de solution de Prins (2004) est aussi fréquemment utilisés pour de nombreuses variantes du VRP (Boudia et al. 2007, Prins 2009c,a, Ngueveu et al. 2009, Duhamel et al. 2011), permettant d'osciller entre un espace de recherche basé sur des solutions de type TSP, et un espace de recherche à base de routes. D'autres algorithmes effectuent une optimisation concurrente selon deux objectifs non nécessairement requis dans l'énoncé du problème (Gajpal et Abad 2009), ou *bruitent* la fonction objectif (Pisinger et Ropke 2007) afin de faire varier les solutions. La variété des voisinages est reconnue comme un facteur de succès important, particulièrement pour des problèmes complexes aux contraintes et caractéristiques multiples comme les VRP multi-attributs.

Enfin, 16/38 méthodes considèrent des solutions irréalisables pénalisées dans l'espace de recherche. ces solutions transgressent éventuellement les contraintes de chargement, service de tous les clients, nombre de véhicules, fenêtres de temps, durées ou autres contraintes liées

à la route. L'utilisation de ces solutions permet d'augmenter la connexité entre solutions réalisables de l'espace de recherche, et d'améliorer notablement les capacités d'exploration de l'algorithme sur des problèmes fortement contraints. Pour certains attributs, la relaxation mène éventuellement à une reformulation de problème, à l'exemple de (Duhamel et al. 2011) qui relaxe et reformule le 2L-CVRP en un problème d'ordonnement de projet avec contraintes de ressources.

Trajectoires de recherche: Une caractéristique prépondérante des trajectoires de recherche tient à l'inclusion de composantes aléatoires dans les choix de solutions successives, mentionnée explicitement dans 31/38 méthodes. L'aléatoire conduit à des garanties théoriques asymptotiques sur la convergence de méthodes comme GA ou SA, cependant en pratique il constitue surtout un manière simple d'éviter des comportements algorithmiques cycliques. Peu de méthodes actuelles pour les variantes du VRP sont déterministes: la méthode tabou par exemple, bien que fondée sur des arguments déterministes Glover (1986), a par la suite été appliquée à de nombreux problèmes d'optimisation combinatoire comme le problème d'affectation quadratique (QAP) (Taillard 1991) ou au VRP (Gendreau et al. 1994) avec des listes Tabou dont la taille varie de manière probabiliste, ou des opérations de diversification aléatoires.

L'aspect de ces trajectoires est aussi très caractéristique des différentes méthodes. Beaucoup de méthodes, comme tabou ou SA, présentent des modifications de solutions successives assez restreintes (largement moins de 10% des arcs sont modifiés d'une solution à l'autre), ainsi que des détériorations de solutions, afin de conduire une recherche durable ne s'arrêtant pas au premier optimum local trouvé. La trajectoire ainsi obtenue peut être qualifiée de continue, contrairement à celles d'autres métaheuristiques qui présentent de fortes discontinuités, des *sauts*, entre certaines solutions successives, dans les algorithmes génétiques, SS ou PR. Dans notre étude nous avons identifié 26/38 méthodes utilisant une trajectoire majoritairement continue, et 19/38 méthodes utilisant fréquemment des sauts. Parmi ces méthodes, 7 algorithmes possèdent des trajectoires que nous pouvons caractériser de mixtes, présentant de grandes phases de recherche continue ainsi que des sauts réguliers. Ce type de situation se produit par exemple dans des métaheuristiques de trajectoire exploitant régulièrement des phases de diversification (Archetti et al. 2006), opérant des reconstitutions de solutions à partir de fragments (Taillard et al. 1996), ou dans des hybridations d'algorithmes génétiques et méthodes de voisinage de type Tabou ou SA. La Figure 4 donne une illustration informelle de ces trajectoires, pour différentes sortes d'algorithmes, en représentant un profil des valeurs d'objectif de solutions successives escomptées.

Les trajectoires continues sont majoritairement vues comme des recherches en profondeur, axées sur l'intensification par application de raffinements de courte ou moyenne ampleur dans les solutions. Dans le cadre du VRP, les trajectoires discontinues à base de sauts ou de recombinaisons ont tendance à provoquer des détériorations soudaines de l'objectif, et permettent des changements structurels majeurs, pour une meilleure exploration, dans l'esprit des mécanismes de diversification et recherche en largeur. Ces détériorations sont généralement compensées par des recherches par voisinage: les nombreux GA pour le VRP étant systématiquement couplés à des méthodes d'amélioration par recherche locale pour obtenir des solutions de qualité. Enfin, les trajectoires mixtes visent à associer efficacement les deux types de recherche, pour effectuer des changements structurels majeurs de solutions ainsi que des raffinements de petite ou moyenne ampleur. Ce compromis entre intensification et diversification est un enjeu crucial dans la création d'heuristiques efficaces pour les VRP multi-attributs, qui possèdent fréquemment un très large espace de recherche.

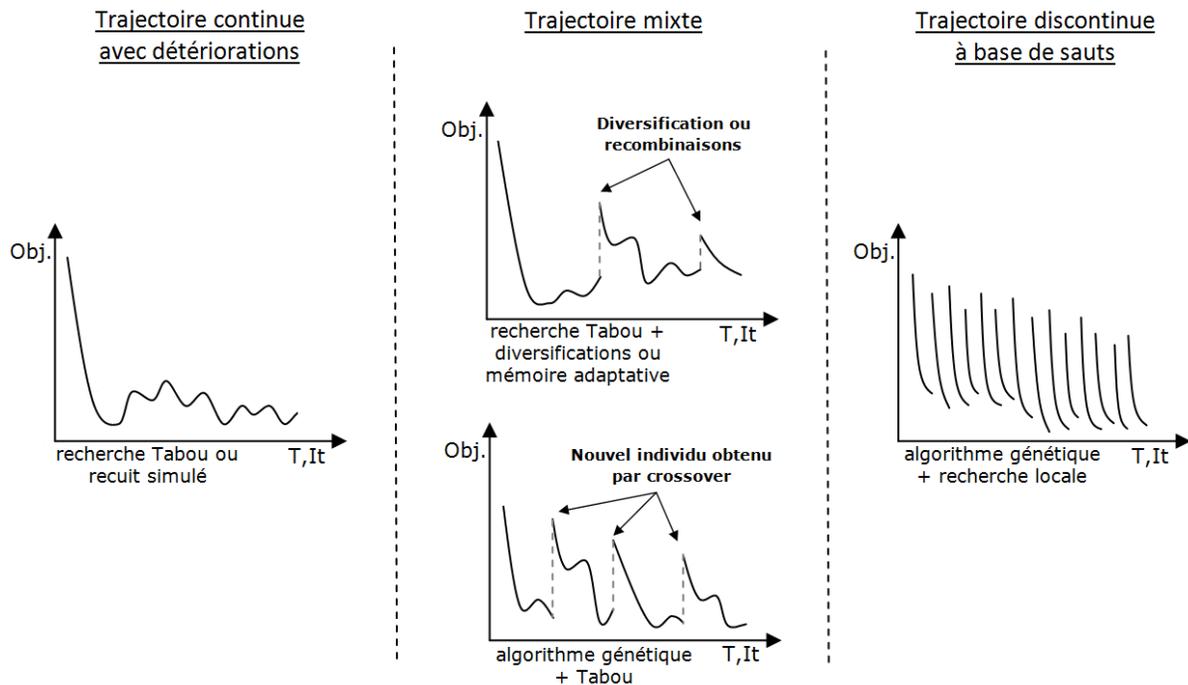


Figure 4: Des trajectoires de recherche de nature différente

Mémoires et apprentissage: L'acquisition, la gestion, la mise en relation et l'exploitation de connaissances du problème est une tâche complexe susceptible de grandement contribuer à la performance des heuristiques. Glover (1986) différenciait deux types de mémoires dans les métaheuristiques: les mémoires à court terme, comme les listes tabou, permettant d'influencer localement la recherche pour éventuellement de sortir des optimums locaux; et d'autre part les mémoires à long terme, servant à diriger l'exploration globale de l'espace de recherche.

Parmi les méthodes analysées, 14/38 méthodes effectuent une extraction de données et analyse de l'historique de la recherche pour diriger la trajectoire future. Ce type de travail est parfois appelé "*guidage*" dans la littérature du VRP (Le Bouthillier et al. 2005, Mester et Bräysy 2007, Repoussis et al. 2009). Les données collectées sont utilisées notamment pour pénaliser des caractéristiques de solutions trop fréquemment rencontrées (Cordeau et al. 1997), ou effectuer des sauts ou diversifications de manière intelligente afin de diriger la recherche dans des régions prometteuses. Les méthodes de colonies de fourmis sont dans leurs concepts intimement liées à un tel fonctionnement, les phéromones représentant un savoir accumulé sur la nature des mouvements ou caractéristiques prometteuses des solutions. Dans le même esprit, les méthodes de path relinking opèrent une forme de guidage, et dirigeant la recherche vers les caractéristiques souhaitables de solutions cibles.

Une partie des méthodes étudiées (12/38) mettent en jeu des populations dédiées à conserver des solutions ou des fragments de solutions prometteurs ou de bonne qualité (mémoire adaptative de Rochat et Taillard 1995). Ces populations peuvent être vues comme des mémoires utilisées de manière implicite dans le cadre de la méthodologie métaheuristique. Afin de ne pas perdre en quantité d'information au cours du temps, plusieurs méthodes (5/12) utilisent des

mécanismes de gestion de diversité lors de l'acceptation ou de la suppression d'éléments. Ces méthodes de gestion sont particulièrement cruciales pour obtenir des solutions de qualité dans le cadre des problèmes de VRP multi-attributs.

Enfin, 15/38 méthodes appliquent une *gestion adaptative des paramètres* en relation à des mesures de performances sur la recherche. Les paramètres en question concernent notamment les pénalités en présence de solutions irréalisable (Cordeau et al. 1997), des stratégies algorithmiques comme les probabilités de mutation ou de crossover (Repoussis et al. 2009), éventuellement différentes d'une solution à l'autre et sujettes à évolution, ou des informations sur les opérateurs ou voisinages les plus prometteurs (Pisinger et Ropke 2007). L'adaptation des paramètres et des méthodes au cours de la recherche est notamment exploitée dans le domaine des hyper-heuristiques (Burke et al. 2003, 2009).

Hybridation: Les concepts d'hybridation, décrits en Section 2.5, ont été utilisés au sein de nombreuses métaheuristiques performantes (18/38) pour les VRP multi-attributs. Parmi les hybridations les plus courantes l'on recense de nombreux algorithmes génétiques ou méthodes ACO combinées avec des recherches locales, utilisant parfois éventuellement des voisinages larges (Repoussis et al. 2009), des méthodes tabou combinées avec des opérateurs de diversification par croisements de solutions (Ichoua et al. 2003, Olivera et Viera 2007), ou des méthodes de trajectoires hybrides combinant SA et LNS (Gajpal et Abad 2009) ou tabou et VNS (Archetti et al. 2006). Quatre méthodes hybrides comportent des composantes à base de programmation mathématique (math-heuristiques), servant éventuellement à traiter les problèmes liés aux attributs, afin de vérifier les contraintes de chargement 2D (Fuellerer et al. 2009), ou déterminer le fractionnement des livraisons (Chen et al. 2007). Dans d'autres cas, ces modèles sont utilisés lors de l'exploration de voisinages larges (Bent et Hentenryck 2006, Prescott-Gagnon et al. 2010).

Coopération: Deux des méthodes étudiées ici exploitent des concepts de coopération. Dans Balseiro et al. (2011), la coopération est basée sur un travail d'optimisation concurrente de deux colonies de fourmis, partageant des phéromones, tandis que Ichoua et al. (2003) implique huit algorithmes tabou dans une résolution coopérative par mémoire adaptative, composée de fragments de solution. Malgré une représentation assez peu fréquente parmi les algorithmes étudiés, les concepts de coopération ont été pourtant maintes fois reconnus comme prometteurs pour bon nombre de problèmes combinatoires (c.f. Section 2.5 et Toulouse, M. et al. 1996, Alba 2005, Crainic et Toulouse 2010). Dans le domaine des tournées de véhicules ils ont donné lieu à plusieurs autres méthodes performantes de la littérature, comme les méthodes de coopération par mémoire centrale de Le Bouthillier et Crainic (2005), Le Bouthillier et al. (2005) pour le VRPTW, ou les méthodes à base de mémoire centrale de Rochat et Taillard (1995). La coopération fait ainsi partie des concepts relativement peu exploités dans le cadre des variantes du VRP, et nécessitent toujours certains efforts de recherche avant d'arriver à maturité.

Décomposition & Parallélisme: Le VRP se prête bien à des décompositions axées sur les contraintes d'affectation. La séparation des clients peut être effectuée par des arguments géométriques, éventuellement en relation aux affectations choisies dans des solutions de grande qualité. La méthodologie de Taillard et al. (1997), reprise par Ichoua et al. (2003) pour les problèmes avec fenêtres de temps souples, et Fuellerer et al. (2009, 2010) pour les problèmes avec contraintes de chargement, consiste à temporairement séparer les routes d'une solution élite par des arguments géométriques, les différents ensembles de clients correspondant par la suite à des sous-problèmes résolus séparément. Une telle décomposition permet alors de raffiner les caractéristiques d'affectation d'une solution élite dans un esprit d'intensification. En

relation aux divers variantes, des décompositions structurelles de problèmes sont aussi parfois utilisées, impliquant des résolutions successives ou concurrentes de sous-problèmes. Dans Alegre et al. (2007) pour le PVRP, une méthode SS optimise l'affectation aux périodes, tandis qu'une méthode de "savings" (Clarke et Wright 1964) gère la création des routes. Les méthodes de décomposition sont enfin particulièrement nécessaires pour traiter des problèmes combinant de nombreux attributs, parfois appelés problèmes riches (Hartl et al. 2006). Dans ce cadre, les approches séquentielles visant à résoudre indépendamment chaque caractéristique du problème de manière successive ne suffisent pas à atteindre des solutions de haute qualité, et une bonne gestion de la succession de décompositions, résolutions de sous-problèmes, et reconstitution de solutions devient cruciale (Crainic et al. 2009). Les décompositions de problèmes peuvent servir de support à des approches parallèles, lorsque les sous-problèmes sont résolus de manière concurrente. Ce type d'approche, classifiée comme *domain decomposition* dans Crainic et Toulouse (2010), est utilisée notamment dans Ichoua et al. (2003) et Taillard et al. (1997). Une autre manière d'exploiter le parallélisme, appelée *multi-search*, consiste à faire des explorations en parallèle du même espace de recherche. Les approches parallèles sont actuellement peu représentées parmi les méthodes analysées. Cependant, l'essor des architectures parallèles introduit une nouvelle dimension de puissance de calcul qu'il sera d'ici peu impensable de ne pas exploiter et étudier au sein même des méthodologies.

6 Conclusions

L'analyse classifiée que nous avons conduite au cours de cette revue répond à un défi de taille, lié à l'abondance de variantes du VRP en jeu, et aux classifications et analyses relativement peu nombreuses des problèmes et méthodes de résolution. Celle-ci a permis de mettre en évidence les concepts prépondérants de nombreuses heuristiques performantes (généralement des métaheuristiques) pour une grande variété de problèmes de VRP multi-attributs. Ces méthodes performantes font notamment une utilisation systématique de voisinages à base d'échange d'arc ou de voisinages larges, très souvent restreints et explorés de manière particulièrement efficace pour être capable de traiter des problèmes de taille conséquente. L'aléatoire est aussi largement exploité, afin de parcourir des trajectoires de recherche aussi variées que possible. Ces trajectoires constituent fréquemment un équilibre particulièrement sensible entre recherches locales continues (intensification) et sauts ou croisements (diversification). Enfin, bien que certains algorithmes aient présenté des performances élevées sur certains problèmes, aucune méthodologie ne peut être aujourd'hui qualifiée de "meilleure", et les algorithmes les plus performants sont bien souvent le résultat d'hybridations entre concepts. Les pistes de recherche autour du développement des méthodologies de résolution restent enfin toujours plus nombreuses, nous en introduisons ici quelques unes:

1. Les différentes combinaisons de voisinages, objectifs et relaxations éventuelles des contraintes résultent en des espaces de recherches plus ou moins longs à explorer, et plus ou moins aptes à conduire vers des solutions de qualité. Peut-on discerner des voisinages souhaitables, ainsi que des méthodes d'exploration efficaces, pour une large variété de problèmes multi-attributs ?
2. Les trajectoires de recherche de nombreuses heuristiques efficaces analysées combinent recherche en largeur (sauts, croisements, ou diversifications), et recherche en profondeur

(recherche locale, intensification). Pour chaque variante du VRP, un compromis éventuellement différent entre ces deux composantes doit-être déterminé. Ce type de compromis peut-il être déterminé dynamiquement au cours de la recherche, par des analyses de l'espace de recherche dans l'esprit de (Merz 2004, Kubiak 2007), ou tout du moins indépendamment de la variante en question ?

3. Beaucoup des algorithmes analysés font un usage intensif des ressources temporelles, mais très limité des mémoires. D'importantes questions de recherche restent ouvertes quand aux moyens d'extraire, maintenir et exploiter l'information pour guider la recherche de manière intelligente, pour les diverses variantes du VRP.
4. Trois méthodes ont été particulièrement performantes pour de nombreuses variantes du VRP : recherche tabou, métaheuristiques à base de populations et croisements, et enfin méthodes de voisinages larges. Ces trois approches effectuent des modifications de solutions de natures fortement différentes, et sont susceptibles de conduire à des algorithmes hybrides, éventuellement coopératifs, extrêmement efficaces. Les manières possibles d'opérer une telle union sont néanmoins nombreuses, et ouvrent la porte à un vaste champ d'études empiriques et théoriques.
5. Les décompositions sont nécessaires pour traiter des VRP de grande taille ou comprenant de nombreux attributs combinés. Les décompositions structurelles du problème font apparaître des enjeux méthodologiques nouveaux, liés à l'interaction qui est faite entre les différents sous-problèmes (éventuellement opérée de manière parallèle et coopérative), à la reconstitution de solutions complètes (intégration) et à la gestion de la quantité d'effort dédiée à traiter chaque aspect du problème.

Enfin, de manière générale, il est nécessaire de progresser vers des algorithmes plus généralistes pour les VRP multi-attributs, capables de résoudre une large gamme de variantes, mais aussi de traiter des problèmes combinés, comprenant de nombreux attributs. Ceci est capital pour la démocratisation des méthodes de tournées de véhicules multi-attributs, et aussi pour la résolution de problèmes combinés complexes apparaissant dans les cas d'application réels. Beaucoup de questions de recherche ont été actuellement réglées par une personnalisation de l'algorithme à chaque variante particulière, et un raffinement au cas par cas. Cependant, résoudre de manière générique (un solver, un seul jeu de paramètres etc...) une vaste gamme de problèmes de VRP multi-attributs nécessite une compréhension bien plus importante des fondements des problèmes et des méthodes. Le recensement et l'analyse méthodologique, que nous avons ici développée pour les VRP multi-attributs, constitue une première étape dans cet axe de recherche majeur.

Remerciements

Cette recherche a été conduite grâce au support financier du Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada, des partenaires CN, Rona, Alimentation Couche-Tard, et la Fédération des producteurs de lait du Québec, du Ministère des Transports du Québec, des fonds québécois de la recherche sur la nature et les technologies (FQRNT) ainsi que du conseil régional de la région Champagne-Ardenne, France.

References

- Aarts, E.H.L., J.K. Lenstra, eds. 2003. *Local search in combinatorial optimization*. Princeton Univ Pr.
- Ahuja, R.K., O. Ergun, J.B. Orlin, A.P. Punnen. 2002. A survey of very large-scale neighborhood search techniques. *Discrete Applied Mathematics* **123**(1-3) 75–102.
- Alba, E. 2005. *Parallel metaheuristics: a new class of algorithms*. Wiley-Interscience.
- Alegre, J., M. Laguna, J. Pacheco. 2007. Optimizing the periodic pick-up of raw materials for a manufacturer of auto parts. *European Journal of Operational Research* **179**(3) 736–746.
- Alonso, F., M. J. Alvarez, J. E. Beasley. 2007. A tabu search algorithm for the periodic vehicle routing problem with multiple vehicle trips and accessibility restrictions. *Journal of the Operational Research Society* **59**(7) 963–976.
- Alvarenga, G, G Mateus, G Detomi. 2007. A genetic and set partitioning two-phase approach for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research* **34**(6) 1561–1584.
- Andersson, H., A. Hoff, M. Christiansen, G. Hasle, A. Lø kketangen. 2010. Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. *Computers & Operations Research* **37**(9) 1515–1536.
- Archetti, C., A. Hertz, M. G. Speranza. 2006. Metaheuristics for the team orienteering problem. *Journal of Heuristics* **13**(1) 49–76.
- Archetti, C., M.G. Speranza. 2008. The split delivery vehicle routing problem: A survey. B. Golden, S. Raghavan, E. Wasil, eds., *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. Springer, 103–122.
- Assad, A.A. 1988. Modeling and Implementation Issues in Vehicle Routing. B.L. Golden, A.A. Assad, eds., *Vehicle Routing: Methods and Studies*. North-Holland, Amsterdam, 7–45.
- Azi, N., M. Gendreau, J.-Y. Potvin. 2010. An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles. *European Journal of Operational Research* **202**(3) 756–763.
- Baker, E.K., J.R. Schaffer. 1986. Solution improvement heuristics for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints. *American Journal of Mathematical and Management Sciences* **6**(3) 261–300.
- Baldacci, R., E. Bartolini, A. Mingozzi, A. Valletta. 2010a. An Exact Algorithm for the Period Routing Problem. *Operations Research - Forthcoming* .
- Baldacci, R., M. Battarra, D. Vigo. 2008a. Routing a heterogeneous fleet of vehicles. B. Golden, S. Raghavan, E. Wasil, eds., *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. Springer, 3–27.
- Baldacci, R., N. Christofides, A. Mingozzi. 2008b. An exact algorithm for the vehicle routing problem based on the set partitioning formulation with additional cuts. *Mathematical Programming* **115**(2) 351–385.
- Baldacci, R., A. Mingozzi. 2009. A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems. *Mathematical Programming* **120**(2) 347–380.
- Baldacci, R., A. Mingozzi, R. Roberti. 2010b. Solving the Vehicle Routing Problem with Time Windows using New State Space Relaxation and Pricing Strategies. *Forthcoming* .

- Baldacci, R., P. Toth, D. Vigo. 2007. Recent advances in vehicle routing exact algorithms. *4or* **5**(4) 269–298.
- Balseiro, S.R., I. Loiseau, J. Ramonet. 2011. An Ant Colony algorithm hybridized with insertion heuristics for the Time Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Computers & Operations Research* **38**(6) 954–966.
- Beasley, J.E. 1983. Route first–Cluster second methods for vehicle routing. *Omega* **11**(4) 403–408.
- Belenguer, J. M., M. C. Martinez, E. Mota. 2000. A Lower Bound for the Split Delivery Vehicle Routing Problem. *Operations Research* **48**(5) 801–810.
- Bent, R., P. Hentenryck. 2006. A two-stage hybrid algorithm for pickup and delivery vehicle routing problems with time windows. *Computers & Operations Research* **33**(4) 875–893.
- Berbeglia, G., J.-F. Cordeau, I. Gribkovskaia, G. Laporte. 2007. Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey. *Top* **15**(1) 1–31.
- Berbeglia, G., J.-F. Cordeau, G. Laporte. 2010. Dynamic pickup and delivery problems. *European Journal of Operational Research* **202**(1) 8–15.
- Blum, C., A. Roli. 2003. Metaheuristics in Combinatorial Optimization : Overview and Conceptual Comparison. *ACM Computing Surveys (CSUR)* **35**(3) 268–308.
- Bodin, L., B. Golden. 1981. Classification in vehicle routing and scheduling. *Networks* **11**(2) 97–108.
- Bodin, L., B. Golden, A. Assad, M. Ball. 1983. Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art. *Computers & Operations Research* **10**(2) 63–211.
- Bodin, L. D. 1975. A taxonomic structure for vehicle routing and scheduling problems. *Computers & Urban Society* **1**(1) 11–29.
- Bodin, L.D., L. Berman. 1979. Routing and scheduling of school buses by computer. *Transportation Science* **13**(2) 113.
- Boudia, M., C. Prins, M. Reghioiu. 2007. An effective memetic algorithm with population management for the split delivery vehicle routing problem. *Lecture Notes in Computer Science* **4771** 16–30.
- Boussier, S., D. Feillet, M. Gendreau. 2006. An exact algorithm for team orienteering problems. *4or* **5**(3) 211–230.
- Brandao, J. 2006. A new tabu search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research* **173**(2) 540–555.
- Bräysy, O. 2003. A Reactive Variable Neighborhood Search for the Vehicle-Routing Problem with Time Windows. *INFORMS Journal on Computing* **15**(4) 347–368.
- Bräysy, O., W. Dullaert, M. Gendreau. 2004. Evolutionary algorithms for the vehicle routing problem with time windows. *Journal of Heuristics* **10**(6) 587–611.
- Bräysy, O., M. Gendreau. 2005a. Vehicle Routing Problem with Time Windows , Part II : Metaheuristics. *Transportation Science* **39**(1) 119–139.
- Bräysy, O., M. Gendreau. 2005b. Vehicle routing problem with time windows, Part I: Route construction and local search algorithms. *Transportation Science* **39**(1) 104–118.
- Bräysy, O., M. Gendreau, G. Hasle, A. Lokketangen. 2008a. A Survey of Heuristics for the Vehicle Routing Problem Part I: Basic Problems and Supply Side Extensions. Tech. rep., SINTEF.
- Bräysy, O., M. Gendreau, G. Hasle, A. Lokketangen. 2008b. A Survey of Heuristics for the Vehicle Routing Problem Part II: Demand Side Extensions. Tech. rep., SINTEF.
- Burke, E., G. Kendall, J. Newall, E. Hart, P. Ross, S. Schulenburg. 2003. Hyper-heuristics: An emerging direction in modern search technology. *Handbook of Metaheuristics* **57** 457–474.
- Burke, E.K., M. Hyde, G. Kendall, G. Ochoa, E. Ozcan. 2009. A survey of hyper-heuristics. Tech. rep., University of Nottingham, School of Computer Science and Information Technology.
- Butt, S.E., D.M. Ryan. 1999. An optimal solution procedure for the multiple tour maximum collection problem using column generation. *Computers & Operations Research* **26**(4) 427–441.

- Campos, Vicente, A. Corberán, E. Mota. 2008. A scatter search algorithm for the split delivery vehicle routing problem. A. Fink, F. Rothlauf, E. Wasil, eds., *Advances in Computational Intelligence in Transport, Logistics, and Supply Chain Management*. Springer, 137–152.
- Chen, S., B. Golden, E. Wasil. 2007. The split delivery vehicle routing problem: Applications, algorithms, test problems, and computational results. *Networks* **49**(4) 318–329.
- Choi, E., D. Tcha. 2007. A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* **34**(7) 2080–2095.
- Christofides, N., Mingozzi A., P. Toth. 1979. The Vehicle Routing Problem. N. Christofides, Mingozzi A., P. Toth, C. Sandi, eds., *Combinatorial Optimization*. John Wiley, New York, 315–338.
- Christofides, N., S. Eilon. 1972. Algorithms for Large-Scale Travelling Salesman Problems. *Operational Research Quarterly* **23**(4) 511.
- Clarke, G., J. W. Wright. 1964. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research* **12**(4) 568–581.
- Cordeau, J.-F., M. Gendreau, A. Hertz, G. Laporte, J.S. Sormany. 2005. New heuristics for the vehicle routing problem. A. Langevin, D. Riopel, eds., *Logistics systems: design and optimization*. Springer, 279–297.
- Cordeau, J.-F., M. Gendreau, G. Laporte. 1997. A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. *Networks* **30**(2) 105–119.
- Cordeau, J.-F., G. Laporte. 2003. A tabu search heuristic for the static multi-vehicle dial-a-ride problem. *Transportation Research Part B* **37**(6) 579–594.
- Cordeau, J.-F., G. Laporte, A. Mercier. 2001. A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows. *Journal of the Operational Research Society* **52**(8) 928–936.
- Cordeau, J.-F., G. Laporte, M.W.F Savelsbergh, D. Vigo. 2007. Vehicle Routing. Barnhart, C., Laporte, G., eds., *Transportation*. Handbooks in Operations Research and Management Science, North-Holland, Amsterdam, 367–428.
- Cordeau, J.F., G. Desaulniers, J. Desrosiers, M.M. Solomon, F. Soumis. 2002. VRP with time windows. P. Toth, D. Vigo, eds., *The vehicle routing problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, Philadelphia, PA, 157–193.
- Cordeau, J.F., G. Laporte, S. Ropke. 2008. Recent models and algorithms for one-to-one pickup and delivery problems. B. Golden, S. Raghavan, E. Wasil, eds., *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. Springer, 327–357.
- Corne, D., M. Dorigo, F. Glover. 1999. *New ideas in optimisation*. McGraw-Hill, Maidenhead, UK, England.
- Crainic, T. G., G. C. Crisan, M. Gendreau, N. Lahrichi, W. Rei. 2009. Multi-thread cooperative optimization for rich combinatorial problems. *Proceedings of the 23rd IEEE International Parallel & Distributed Processing Symposium, IPDPS 2009*.
- Crainic, T.G., M. Toulouse. 2010. Parallel meta-heuristics. M. Gendreau, J.-Y. Potvin, eds., *Handbook of Metaheuristics*. Springer, 497–541.
- Danna, E., C. Le Pape. 2005. Branch-and-price heuristics: A case study on the vehicle routing problem with time windows. G. Desaulniers, J. Desrosiers, M.M. Solomon, eds., *Column Generation*. Springer, 99–129.
- Dantzig, G.B., J.H. Ramser. 1959. The truck dispatching problem. *Management science* **6**(1) 80–91.
- Dell’Amico, M., F. Maffioli, P. Värbrand. 1995. On prize-collecting tours and the asymmetric travelling salesman problem. *International Transactions in Operational Research* **2**(3) 297–308.
- Derigs, U, R Kaiser. 2007. Applying the attribute based hill climber heuristic to the vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research* **177**(2) 719–732.
- Desaulniers, G. 2009. Branch-and-Price-and-Cut for the Split-Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Operations Research* **58**(1) 179–192.

- Desaulniers, G., J. Desrosiers, A. Erdmann, M.M. Solomon, F. Soumis. 2002. VRP with pickup and delivery. P. Toth, D. Vigo, eds., *The vehicle routing problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, Philadelphia, PA, 225–242.
- Desaulniers, G., J. Desrosiers, I. Ioachim, M.M. Solomon, F. Soumis, D. Villeneuve. 1998. A unified framework for deterministic time constrained vehicle routing and crew scheduling problems. T.G. Crainic, G. Laporte, eds., *Fleet Management and Logistics*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 129–154.
- Desrochers, J.K., J.K. Lenstra, M.W.P. Savelsbergh. 1990. A classification scheme for vehicle routing and scheduling problems. *European Journal of Operational Research* **46**(3) 322–332.
- Desrochers, M, C.V. Jones, J.K. Lenstra, M.W.P. Savelsbergh, L. Stougie. 1999. Towards a model and algorithm management system for vehicle routing and scheduling problems. *Decision support systems* **25**(2) 109–133.
- Desrosiers, J., Y. Dumas, M.M Solomon, F. Soumis. 1995. Time Constrained Routing and Scheduling. M. Ball, Magnanti, T.L., Monma, C.L., Nemhauser, G.L., eds., *Network Routing, Handbooks in Operations Research and Management Science*, vol. 8. North-Holland, Amsterdam, 35–139.
- Dondo, R., J. Cerda. 2009. A hybrid local improvement algorithm for large-scale multi-depot vehicle routing problems with time windows. *Computers & Chemical Engineering* **33**(2) 513–530.
- Dorigo, M., T. Stützle. 2004. *Ant colony optimization*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Dréo, J., A. Pétrowski, P. Siarry, É.D. Taillard. 2003. *Métaheuristiques pour l'Optimisation Difficile*. Eyrolles, Paris.
- Dueck, G. 1993. New optimization heuristics: The great deluge algorithm and the record-to-record travel. *Journal of Computational Physics* **104**(1) 86–92.
- Duhamel, C., P. Lacomme, A. Quilliot, H. Toussaint. 2011. A multi-start evolutionary local search for the two-dimensional loading capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* **38**(3) 617–640.
- Eksioglu, B., A. V. Vural, A. Reisman. 2009. The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering* **57**(4) 1472–1483.
- Feillet, D., P. Dejax, M. Gendreau. 2005. Traveling Salesman Problems with Profits. *Transportation Science* **39**(2) 188–205.
- Fisher, M.L., R. Jaikumar. 1981. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks* **11**(2) 109–124.
- Fisher, M.L. 1995. Vehicle Routing. M. Ball, Magnanti, T.L., Monma, C.L., Nemhauser, G.L., eds., *Network Routing, Handbooks in Operations Research and Management Science*, vol. 8. North-Holland, Amsterdam, 1–33.
- Fleischmann, B., M. Gietz, S. Gnutzmann. 2004. Time-Varying Travel Times in Vehicle Routing. *Transportation Science* **38**(2) 160–173.
- Fleszar, K., I. Osman, K. Hindi. 2009. A variable neighbourhood search algorithm for the open vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research* **195**(3) 803–809.
- Franceschi, R.D., M. Fischetti, P. Toth. 2006. A new ILP-based refinement heuristic for vehicle routing problems. *Mathematical Programming* **105**(2) 471–499.
- Francis, P. M., K. R. Smilowitz, M. Tzur. 2008. The period vehicle routing problem and its extensions. B. L. Golden, S. Raghavan, E. A. Wasil, eds., *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. Springer, 73–102.
- Fuellerer, G., K. Doerner, R. Hartl, M. Iori. 2009. Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* **36**(3) 655–673.
- Fuellerer, G., K.F. Doerner, R.F. Hartl, M. Iori. 2010. Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research* **201**(3) 751–759.

- Fukasawa, Ricardo, Humberto Longo, Jens Lysgaard, M.P. Aragão, Marcelo Reis, Eduardo Uchoa, R.F. Werneck. 2006. Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical programming* **106**(3) 491–511.
- Funke, B., T. Grünert, S. Irnich. 2005. Local search for vehicle routing and scheduling problems: Review and conceptual integration. *Journal of heuristics* **11**(4) 267–306.
- Gajpal, Y., P. Abad. 2009. Multi-ant colony system (MACS) for a vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research* **196**(1) 102–117.
- Gambardella, L.M., E. Taillard, G. Agazzi. 1999. *MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows*. 63–76.
- Gaskell, T.J. 1967. Bases for vehicle fleet scheduling. *Operational Research Quarterly* **18**(3) 281–295.
- Gendreau, M., A. Hertz, G. Laporte. 1992. New insertion and postoptimization procedures for the traveling salesman problem. *Oper. Res.* **40**(6) 1086–1094.
- Gendreau, M, A Hertz, G Laporte. 1994. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Manage. Sci.* **40**(10) 1276–1290.
- Gendreau, M., J.-Y. Potvin. 2005. Metaheuristics in Combinatorial Optimization. *Annals of Operations Research* **140**(1) 189–213.
- Gendreau, M., J.Y. Potvin, O. Bräysy, G. Hasle, A. Løkketangen. 2008. Metaheuristics for the vehicle routing problem and its extensions: A categorized bibliography. B. Golden, S. Raghavan, E. Wasil, eds., *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. Springer, New York, 143–169.
- Gendreau, M., C.D. Tarantilis. 2010. Solving Large-Scale Vehicle Routing Problems with Time Windows : The State-of-the-Art. *Management Science - Forthcoming* .
- Gendreau, M. and Laporte, G. and Potvin, J.-Y. 2002. Metaheuristics for the Capacitated VRP. P. Toth, D. Vigo, eds., *The Vehicle Routing Problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, Philadelphia, PA, 129–154.
- Gillett, B.E., L.R. Miller. 1974. A heuristic algorithm for the vehicle-dispatch problem. *Operations Research* **22**(2) 340–349.
- Glover, F. 1986. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research* **13**(5) 533–549.
- Glover, F. 1992. New ejection chain and alternating path methods for traveling salesman problems. O. Balci, R. Sharda, S. Zenios, eds., *Computer Science and Operations Research: New Developments in Their Interfaces*. Pergamon Press, 449–509.
- Glover, F. 1996. Ejection chains, reference structures and alternating path methods for traveling salesman problems. *Discrete Applied Mathematics* **65**(1-3) 223–253.
- Glover, F., M. Laguna. 1998. *Tabu search*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Glover, F.W., G.A. Kochenberger, eds. 2003. *Handbook of Metaheuristics*. Springer.
- Goel, A. 2010. Truck Driver Scheduling in the European Union. *Transportation Science, Articles in Advance* .
- Goel, A., L. Kok. 2009a. Efficient Truck Driver Scheduling in the United States. Tech. rep., University of Leipzig.
- Goel, A., L. Kok. 2009b. Efficient Truck Driver Scheduling in the United States.
- Golden, B., E. Wasil. 2002. Metaheuristics. P. Pardalos, M. Resende, eds., *Handbook of Applied Optimization*. Oxford University Press, 123–129.
- Golden, B.L., A.A. Assad. 1988. *Vehicle routing: methods and studies*, vol. 16. Elsevier Science/North-Holland.
- Golden, B.L., S. Raghavan, E.A. Wasil, eds. 2008. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. Springer.

- Golden, B.L., E.A. Wasil, J.P. Kelly, I.M. Chao. 1998. The impact of metaheuristics on solving the vehicle routing problem: algorithms, problem sets, and computational results. T.G. Crainic, G. Laporte, eds., *Fleet Management and Logistics*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 33–56.
- Graham, R.L., E.L. Lawler, J.K. Lenstra, A.H.G Rinnooy Kan. 1979. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of Discrete Mathematics* **5** 287–326.
- Hansen, P., N. Mladenović, J.A. Moreno Pérez. 2010. Variable neighbourhood search: methods and applications. *Annals of Operations Research* **175**(1) 367–407.
- Hartl, R. F., G. Hasle, G. K. Janssens. 2006. Special issue on Rich Vehicle Routing Problems. *Central European Journal of Operations Research* **14**(2) 103 – 104.
- Hashimoto, H., T. Ibaraki, S. Imahori, M. Yagiura. 2006. The vehicle routing problem with flexible time windows and traveling times. *Discrete Appl. Math.* **154**(16) 2271–2290.
- Hashimoto, H., M. Yagiura. 2008. A Path Relinking Approach with an Adaptive Mechanism to Control Parameters for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Lecture Notes in Computer Science* **4972** 254–265.
- Hashimoto, H., M. Yagiura, T. Ibaraki. 2008. An iterated local search algorithm for the time-dependent vehicle routing problem with time windows. *Discrete Optimization* **5**(2) 434–456.
- Hashimoto, H., M. Yagiura, S. Imahori, T. Ibaraki. 2010. Recent progress of local search in handling the time window constraints of the vehicle routing problem. *4or* **8**(3) 221–238.
- Hemmelmayr, V. C., K. F. Doerner, R. F. Hartl. 2009. A variable neighborhood search heuristic for periodic routing problems. *European Journal of Operational Research* **195**(3) 791–802.
- Ho, S C, M Gendreau. 2006. Path relinking for the vehicle routing problem. *J. Heuristics* **12**(1-2) 55–72.
- Hoff, A., H. Andersson, M. Christiansen, G. Hasle, A. Lø kketangen. 2010. Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing. *Computers & Operations Research* **37**(12) 2041–2061.
- Holland, J H. 1975. *Adaptation in natural and artificial systems. an introductory analysis with applications to biology, control and artificial intelligence*. Ann Arbor: The University of Michigan Press.
- Ibaraki, T., S. Imahori, M. Kubo, T. Masuda, T. Uno, M. Yagiura. 2005. Effective Local Search Algorithms for Routing and Scheduling Problems with General Time-Window Constraints. *Transportation Science* **39**(2) 206–232.
- Ibaraki, T., S. Imahori, K. Nonobe, K. Sobue, T Uno, M Yagiura. 2008. An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with convex time penalty functions. *Discrete Applied Mathematics* **156**(11) 2050–2069.
- Ichoua, S., M. Gendreau, J.Y. Potvin. 2003. Vehicle dispatching with time-dependent travel times. *European journal of operational research* **144**(2) 379–396.
- Iori, M., S. Martello. 2010. Routing problems with loading constraints. *Top* **18**(1) 4–27.
- Irnich, S., B. Funke, T. Grünert. 2006. Sequential search and its application to vehicle-routing problems. *Computers & Operations Research* **33**(8) 2405–2429.
- Jepsen, M., B. Petersen, S. Spoorendonk, D. Pisinger. 2008. Subset-Row Inequalities Applied to the Vehicle-Routing Problem with Time Windows. *Operations Research* **56**(2) 497–511.
- Kallehauge, B., J. Larsen, O. Madsen. 2006. Lagrangian duality applied to the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research* **33**(5) 1464–1487.
- Ke, L., C. Archetti, Z. Feng. 2008. Ants can solve the team orienteering problem. *Computers & Industrial Engineering* **54**(3) 648–665.
- Kindervater, G.A.P., M.W.P. Savelsbergh. 1997. Vehicle routing: Handling edge exchanges. E. Aarts, J.K. Lenstra, eds., *Local Search in Combinatorial Optimization*. Wiley, 337–360.
- Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt, M. P. Vecchi. 1983. Optimization by simulated annealing: Quantitative studies. *Science* **220**(4598) 671–680.

- Kubiak, M. 2007. Distance measures and fitness-distance analysis for the capacitated vehicle routing problem. R. Sharda, K.F. Doerner, M. Gendreau, P. Greistorfer, W. Gutjahr, R.F. Hartl, M. Reimann, eds., *Metaheuristics, Operations Research/Computer Science Interfaces*, vol. 39. Springer US, 345–364.
- Kytojoki, J., T. Nuortio, O. Bräysy, M. Gendreau. 2007. An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems. *Computers & Operations Research* **34**(9) 2743–2757.
- Laporte, G. 1992. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research* **59**(3) 345–358.
- Laporte, G. 2007. What you should know about the vehicle routing problem. *Naval Research Logistics* **54**(8) 811–819.
- Laporte, G. 2009. Fifty Years of Vehicle Routing. *Transportation Science* **43**(4) 408–416.
- Laporte, G., M. Gendreau, J.Y. Potvin, F. Semet. 2000. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International transactions in operational research* **7**(4-5) 285–300.
- Laporte, G., Y. Nobert, M. Desrochers. 1985. Optimal routing under capacity and distance restrictions. *Operations research* **33**(5) 1050–1073.
- Laporte, G., I.H. Osman. 1995. Routing problems: A bibliography. *Annals of Operations Research* **61**(1) 227–262.
- Laporte, G., F. Semet. 2002. Classical Heuristics for the Vehicle Routing Problem. Toth, P., Vigo, D., eds., *The Vehicle Routing Problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, Philadelphia, PA, 109–128.
- Le Bouthillier, A, T G Crainic. 2005. A cooperative parallel meta-heuristic for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research* **32**(7) 1685–1708.
- Le Bouthillier, A., T.G. Crainic, P. Kropf. 2005. A guided cooperative search for the vehicle routing problem with time windows. *Ieee Intelligent Systems* **20**(4) 36–42.
- Lee, C., M. Epelman, C. White III, Y. Bozer. 2006. A shortest path approach to the multiple-vehicle routing problem with split pick-ups. *Transportation Research Part B: Methodological* **40**(4) 265–284.
- Letchford, A.N., J. Lysgaard, R.W. Eglese. 2006. A branch-and-cut algorithm for the capacitated open vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society* **58**(12) 1642–1651.
- Li, F., B. Golden, E. Wasil. 2005. Very large-scale vehicle routing: new test problems, algorithms, and results. *Computers & Operations Research* **32**(5) 1165–1179.
- Li, F., B. Golden, E. Wasil. 2007a. A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* **34**(9) 2734–2742.
- Li, F., B. Golden, E. Wasil. 2007b. The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results. *Computers & Operations Research* **34**(10) 2918–2930.
- Lin, S. 1965. Computer solutions of the traveling salesman problem. *Bell System Technical Journal* **44**(10) 2245–2269.
- Lin, S., B.W. Kernighan. 1973. An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. *Operations research* **21**(2) 498–516.
- Malandraki, C., M.S. Daskin. 1992. Time dependent vehicle routing problems: Formulations, properties and heuristic algorithms. *Transportation science* **26**(3) 185–200.
- Merz, Peter. 2004. Advanced fitness landscape analysis and the performance of memetic algorithms. *Evolutionary computation* **12**(3) 303–25.
- Mester, D., O. Bräysy. 2007. Active-guided evolution strategies for large-scale capacitated vehicle routing problems. *Computers & Operations Research* **34**(10) 2964–2975.
- Mingozzi, a., S. Giorgi, R. Baldacci. 1999. An exact method for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science* **33**(3) 315–329.

- Mladenović, N., P. Hansen. 1997. Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research* **24**(11) 1097–1100.
- Moscato, Pablo, Carlos Cotta. 2010. A modern introduction to memetic algorithms. M. Gendreau, J.-Y. Potvin, eds., *Handbook of Metaheuristics*. Springer, 141–183.
- Mota, E., V. Campos, Á. Corberán. 2007. A new metaheuristic for the vehicle routing problem with split demands. *Lecture Notes in Computer Science* **4446** 121–129.
- Mühlenbein, H., M. Gorges-Schleuter, O. Krämer. 1988. Evolution algorithms in combinatorial optimization. *Parallel Computing* **7**(1) 65–85.
- Naddef, D., G. Rinaldi. 2002. Branch-and-cut algorithms for the capacitated VRP. P. Toth, D. Vigo, eds., *The vehicle routing problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, Philadelphia, PA, 225–242.
- Nagata, Y., O. Bräysy. 2009a. Edge assembly-based memetic algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *Networks* **54**(4) 205–215.
- Nagata, Y., O. Bräysy, W. Dullaert. 2010. A penalty-based edge assembly memetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research* **37**(4) 724–737.
- Nagata, Yuichi, Olli Bräysy. 2009b. A powerful route minimization heuristic for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research Letters* **37**(5) 333–338.
- Newton, R.M., W.H. Thomas. 1974. Bus routing in a multi-school system. *Computers & Operations Research* **1**(2) 213–222.
- Ngueveu, S.U., C. Prins, R. Wolfer Calvo. 2009. An effective memetic algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* 1–9.
- Olivera, A., O. Viera. 2007. Adaptive memory programming for the vehicle routing problem with multiple trips. *Computers & Operations Research* **34**(1) 28–47.
- Ombuki-Berman, B., T. Hanshar. 2009. Using genetic algorithms for multi-depot vehicle routing. F. B. Pereira, J. Tavares, eds., *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem*. Springer, 77–99.
- Or, I. 1976. Traveling salesman-type combinatorial problems and their relation to the logistics of regional blood banking. Ph.D. thesis, Northwestern University, Evanston, IL.
- Osman, I.H. 1993. Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. *Ann. Oper. Res.* **41**(1-4) 421–451.
- Osman, I.H., G. Laporte. 1996. Metaheuristics: A bibliography. *Annals of Operations Research* **63**(5) 511–623.
- Parragh, S.N., K.F. Doerner, R.F. Hartl. 2008a. A survey on pickup and delivery problems Part I: Transportation between customers and depot. *Journal für Betriebswirtschaft* **58**(1) 21–51.
- Parragh, S.N., K.F. Doerner, R.F. Hartl. 2008b. A survey on pickup and delivery problems Part II: Transportation between pickup and delivery locations. *Journal für Betriebswirtschaft* **58**(2) 81–117.
- Parragh, S.N., K.F. Doerner, R.F. Hartl. 2010. Variable neighborhood search for the dial-a-ride problem. *Computers & Operations Research* **37**(6) 1129–1138.
- Pisinger, D., S. Ropke. 2007. A general heuristic for vehicle routing problems. *Computers & Operations Research* **34**(8) 2403–2435.
- Pisinger, D., S. Ropke. 2010. Large neighborhood search. M. Gendreau, J.-Y. Potvin, eds., *Handbook of Metaheuristics*. Springer, 399–419.
- Potvin, J.-Y. 2009. State-of-the Art Review : Evolutionary Algorithms for Vehicle Routing. *INFORMS J. Comput* **21**(4) 518–548.
- Potvin, J.-Y., J.-M. Rousseau. 1995. An Exchange Heuristic for Routeing Problems with Time Windows. *The Journal of the Operational Research Society* **46**(12) 1433–1446.

- Powell, W.B., P. Jaillet, A. Odoni. 1995. Stochastic and dynamic networks and routing. Ball, M., Magnanti, T.L., Monma, C.L., Nemhauser, G.L., eds., *Network Routing, Handbooks in Operations Research and Management Science*, vol. 8. North-Holland, Amsterdam, 141–295.
- Prescott-Gagnon, E., G. Desaulniers, M. Drexl, L.-M. Rousseau. 2010. European Driver Rules in Vehicle Routing with Time Windows. *Transportation Science* **44**(4) 455–473.
- Prins, C. 2004. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* **31**(12) 1985–2002.
- Prins, C. 2009a. A GRASP - Evolutionary Local Search Hybrid for the Vehicle Routing Problem. *Bio-Inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem* 35–53.
- Prins, C. 2009b. A GRASP - evolutionary local search hybrid for the vehicle routing problem. F.B. Pereira, J. Tavares, eds., *Bio-Inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 35–53.
- Prins, C. 2009c. Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* **22**(6) 916–928.
- Raidl, R., J. Puchinger, C. Blum. 2010. Metaheuristic hybrids. M. Gendreau, J.-Y. Potvin, eds., *Handbook of Metaheuristics*. Springer, 469–496.
- Rancourt, M.È., J.-F. Cordeau, G. Laporte. 2010. Long-Haul Vehicle Routing and Scheduling with Working Hour Rules. Tech. rep., CIRRELT.
- Reimann, M., K. Doerner, R.F. Hartl. 2004. D-Ants: Savings based ants divide and conquer the vehicle routing problem. *Comput. Oper. Res* **31** 563–591.
- Renaud, J., G. Laporte, F.F. Boctor. 1996. A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem. *Comput. Oper. Res.* **23**(3) 229–235.
- Repoussis, P.P., C.D. Tarantilis, O. Bräysy, G. Ioannou. 2010. A hybrid evolution strategy for the open vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* **37**(3) 443–455.
- Repoussis, P.P., C.D. Tarantilis, G. Ioannou. 2009. Arc-Guided Evolutionary Algorithm for the Vehicle Routing Problem With Time Windows. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* **13**(3) 624–647.
- Resende, M.G.C., C.C. Ribeiro. 2010. Greedy randomized adaptive search procedures: Advances, hybridizations, and applications. M. Gendreau, J.-Y. Potvin, eds., *Handbook of Metaheuristics*. Springer, 283–319.
- Ribeiro, G.M., G. Laporte. 2011. An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Cumulative Capacitated Vehicle Routing Problem - Forthcoming.
- Rochat, Y., E.D. Taillard. 1995. Probabilistic Diversification and Intensification in Local Search for Vehicle Routing. *Journal of Heuristics* **1**(1) 147–167.
- Ronen, D. 1988. Perspectives on practical aspects of truck routing and scheduling. *European Journal of Operational Research* **35**(2) 137–145.
- Ropke, S., J.F. Cordeau, G. Laporte. 2007. Models and branch-and-cut algorithms for pickup and delivery problems with time windows. *Networks* **49**(4) 258–272.
- Ropke, S., D. Pisinger. 2006a. A unified heuristic for a large class of Vehicle Routing Problems with Backhauls. *European Journal of Operational Research* **171**(3) 750–775.
- Ropke, S., D. Pisinger. 2006b. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows. *Transportation Science* **40**(4) 455–472.
- Salhi, S., R. J. Petch. 2007. A GA Based Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Multiple Trips. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms* **6**(4) 591–613.
- Savelsbergh, M.W.P. 1985. Local Search in Routing Problems with Time Windows. *Annals of Operations Research* **4**(1) 285–305.
- Shaw, P. 1998. Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems. M. Maher, J.-F. Puget, eds., *Principles and Practice of Constraint Programming - CP98, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 1520. Springer Berlin / Heidelberg, 417–431.

- Solomon, M.M., J. Desrosiers. 1988. Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems. *Transportation Science* **22**(1) 1–13.
- Souffriau, W., P. Vansteenwegen, G. Vanden Berghe, D. Van Oudheusden. 2010. A Path Relinking approach for the Team Orienteering Problem. *Computers & Operations Research* **37**(11) 1853–1859.
- Taillard, E. 1991. Robust taboo search for the quadratic assignment problem. *Parallel computing* **17**(4-5) 443–455.
- Taillard, E., P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin, J.-Y. Potvin. 1997. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows. *Transportation Science* **31**(2) 170–186.
- Taillard, E.D., G. Laporte, M. Gendreau. 1996. Vehicle Routing with Multiple Use of Vehicles. *The Journal of the Operational Research Society* **47**(8) 1065.
- Tarantilis, C. 2005. Solving the vehicle routing problem with adaptive memory programming methodology. *Computers & Operations Research* **32**(9) 2309–2327.
- Thompson, P.M., H.N. Psaraftis. 1993. Cyclic transfer algorithms for multivehicle routing and scheduling problems. *Operations research* **41**(5) 935–946.
- Toth, P., D. Vigo. 1997. An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science* **31**(4) 372–385.
- Toth, P., D. Vigo. 2002a. VRP with backhauls. P. Toth, D. Vigo, eds., *The vehicle routing problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, Philadelphia, PA, 195–224.
- Toth, P., D. Vigo, eds. 2002b. *The Vehicle Routing Problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, Philadelphia, PA.
- Toth, P., D. Vigo. 2003. The Granular Tabu Search and Its Application to the Vehicle-Routing Problem. *INFORMS Journal on Computing* **15**(4) 333–346.
- Toulouse, M., Crainic, T.G., Gendreau, M. 1996. Communication Issues in Designing Cooperative Multi Thread Parallel Searches. I.H. Osman, J.P. Kelly, eds., *Meta-Heuristics: Theory & Applications*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 501–522.
- Tricoire, F., K.F. Doerner, R.F. Hartl, M. Iori. 2009. Heuristic and exact algorithms for the multi-pile vehicle routing problem. *OR Spectrum* 1–29.
- Van Breedam, A. 1995. Improvement heuristics for the vehicle routing problem based on simulated annealing. *European Journal of Operational Research* **86**(3) 480–490.
- Vansteenwegen, P., W. Souffriau, D.V. Oudheusden. 2010. The orienteering problem: A survey. *European Journal of Operational Research* **209**(1) 1–10.
- Černý, V. 1985. Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of optimization theory and applications* **45**(1) 41–51.
- Voudouris, C., E.P.K. Tsang, A. Alsheddy. 2010. Guided local search. M. Gendreau, J.-Y. Potvin, eds., *Handbook of Metaheuristics*. Springer, 321–361.
- Yellow, P.C. 1970. A Computational Modification to the Savings Method of Vehicle Scheduling. *Operational Research Quarterly* **21**(2) 281–283.
- Zachariadis, E., C. Tarantilis, C. Kiranoudis. 2009. A Guided Tabu Search for the Vehicle Routing Problem with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research* **195**(3) 729–743.
- Zachariadis, E.E., C.T. Kiranoudis. 2010a. A strategy for reducing the computational complexity of local search-based methods for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* **37**(12) 2089–2105.
- Zachariadis, Emmanouil E., Chris T. Kiranoudis. 2010b. An open vehicle routing problem metaheuristic for examining wide solution neighborhoods. *Computers & Operations Research* **37**(4) 712–723.