

**Bénéfices et exigences de l'optimisation
mathématique pour la planification de
l'allocation du bois à un réseau d'usines de
produits forestiers**

Maxime Auger
Luc LeBel
Edith Brotherton
Jonathan Gaudreault

Février 2021

Bureau de Montréal
Université de Montréal
C.P. 6128, succ. Centre-Ville
Montréal (Québec) H3C 3J7
Tél : 1 514 343-7575
Télécopie : 1 514 343-7121

Bureau de Québec
Université Laval
2325, rue de la Terrasse
Pavillon Palasis-Prince, local 2415
Québec (Québec) G1V 0A6
Tél : 1 418 656 2073
Télécopie : 1 418 656 2624

Bénéfices et exigences de l'optimisation mathématique pour la planification de l'allocation du bois à un réseau d'usines de produits forestiers

Maxime Auger¹, Luc LeBel^{1,2,*}, Edith Brotherton^{1,2}, Jonathan Gaudreault^{1,2}

1. Consortium de recherche FORAC, Université Laval, Québec, Canada G1V 0A6
2. Centre interuniversitaire de recherche sur les réseaux d'entreprise, la logistique et le transport (CIRRELT)

Résumé. La planification des approvisionnements représente un grand défi pour l'industrie forestière dans un contexte où la forêt naturelle est caractérisée par l'hétérogénéité de la matière première servant à générer différents produits. Ainsi, l'élaboration de plans pour répondre à la demande des usines représente un problème complexe pour les responsables des approvisionnements. La planification automatisée à l'aide d'outils d'optimisation permet de considérer plusieurs facteurs importants. Dans la littérature, plusieurs modèles mathématiques ont été proposés, mais il semble que très peu de ces modèles soient utilisés par les entreprises. En fait, la complexité du problème, l'environnement naturel en constante évolution, de même que l'expertise nécessaire pour utiliser ces modèles semble limiter leur application dans un contexte industriel. Néanmoins, il est probable que l'utilisation de ces outils puisse améliorer significativement le bénéfice des entreprises forestières. Afin d'évaluer les bénéfices potentiels générés par l'optimisation de la planification, trois principales actions ont été réalisées, soit : (i) évaluer le potentiel d'implantation de l'optimisation mathématique en entreprise, notamment en identifiant les ressources supplémentaires nécessaires à l'adoption d'une telle approche, (ii) déterminer les bénéfices et les avantages d'utiliser l'optimisation mathématique pour soutenir les décisions de planification dans un contexte industriel et (iii) analyser l'effet d'une variation dans les informations utilisées pour la confection des plans. Le logiciel d'optimisation LogiLab développé par le consortium de recherche FORAC a été utilisé en support à ce projet. Cet outil permet de maximiser le profit généré dans la chaîne d'approvisionnement grâce à une allocation optimale de la matière première vers les usines du réseau. Le modèle considère simultanément la récolte, le transport, la composition des forêts et la performance des usines. Dans ce projet, LogiLab a été adapté pour permettre son application à l'étude de cas d'une entreprise de produits forestiers qui exploite cinq usines de configuration différentes œuvrant dans la même région au Canada. Le plan produit par optimisation a été comparé à la planification faite par l'entreprise. Cette étude de cas a permis de confirmer que l'approche de planification optimisée permettrait de générer un bénéfice net près de 20 % plus élevé que la méthode de planification actuelle en entreprise. Cette différence est en partie due à une allocation plus efficace de la matière première aux usines. Plusieurs avantages ont été identifiés, dont notamment, une réduction de 50 % du temps nécessaire pour produire un plan. Même si le coût de mise en œuvre doit être pris en compte, ces dépenses seraient récupérées dès la première année de mise en œuvre, en raison de l'économie du temps nécessaire à l'élaboration des plans. De plus, en supposant que le volume attribuable puisse être distribué de façon variable entre les usines, il serait possible de générer des gains de 3,21 \$/m³ suite à l'utilisation des plans optimisés, dépassant largement les coûts initiaux liés à la mise en place du système.

Mots-clés : Modèle d'optimisation, allocation des bois, planification des approvisionnements

Remerciements. Les auteurs remercient le consortium de recherche FORAC et ses partenaires pour le soutien financier à ce projet. Nos remerciements vont également aux professionnels de recherche, Alexandre Morneau et Marie-Lou Gravel pour leur soutien technique. Ce projet n'aurait pas été un succès sans la participation de notre collaborateur industriel tout au long du projet.

Results and views expressed in this publication are the sole responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of CIRRELT.

Les résultats et opinions contenus dans cette publication ne reflètent pas nécessairement la position du CIRRELT et n'engagent pas sa responsabilité.

*Auteur correspondant : Luc.LeBel@cirrelt.ca

Dépôt légal – Bibliothèque et Archives nationales du Québec
Bibliothèque et Archives Canada, 2021

© Auger, LeBel, Brotherton, Gaudreault et CIRRELT, 2021

1 Introduction

Avec une superficie productive de plus de 400 000 km², la forêt occupe une place importante dans l'économie du Québec (Ministère des Forêts, de la Faune et des Parcs, 2020). En 2019 on comptait près de 60 000 emplois directs dans le secteur forestier et les exportations totalisaient 9,6 milliards de dollars. Dans un contexte où les marchés sont de plus en plus compétitifs et où l'approvisionnement en bois aux caractéristiques recherchées devient complexe, les entreprises de produits forestiers favorisent l'utilisation optimale des ressources disponibles. Le contexte actuel de compétitivité des marchés amplifie l'importance d'optimiser le système d'approvisionnement d'une entreprise. La complexité croissante des facteurs à considérer, tels que les caractéristiques exigées de la matière première, les secteurs de récoltes de plus en plus dispersés, les types de produits finaux à générer, les modes de récolte des bois à utiliser, les types de transport possible, les différents intervenants à considérer sur le territoire, les contraintes environnementales et la grande variété de prescriptions sylvicoles à appliquer, rendent la tâche des planificateurs forestiers de plus en plus difficile. Dans la littérature, différentes études se sont intéressées à la planification du réseau d'approvisionnement en bois et plusieurs modèles d'optimisation aux effets bénéfiques sur la profitabilité d'un réseau ont été développés.

Morneau-Pereira *et al.*, (2014) rapportait que dans le secteur forestier, la planification des approvisionnements est effectuée par des gestionnaires qui utilisent une méthode d'essai-erreur basée sur leurs expériences et leurs intuitions. Les approches heuristiques semblent encore la norme aujourd'hui. Pour arriver à planifier efficacement les interventions en forêt, une multitude de critères doivent être considérés et plusieurs décisions doivent être prises. Les gestionnaires affectés à cette tâche voient leurs marges de manoeuvre restreinte par les exigences environnementales, les appréhensions sociales, les infrastructures disponibles et les caractéristiques de la matière première. Ils doivent également choisir le type de transport à utiliser et le mode de récolte, déterminer les endroits et le moment où il y aura de la récolte, puis déterminer vers quelles usines sera acheminé le bois récolté. Tous ces éléments complexifient la tâche du planificateur. Même si l'utilisation de l'optimisation pour résoudre les problèmes de planification en foresterie date de plus de 30 ans, la nature des problèmes a continué d'évoluer rendant ainsi la tâche de plus en plus complexe et comportant un nombre plus important de contraintes à considérer (Rönqvist, 2003; Rönqvist *et al.*, 2015). Malgré que la littérature propose plusieurs modèles de planification mathématiques, il semble que très peu de ces modèles soient actuellement utilisés en entreprise. Nous supposons que la complexité du problème, l'environnement naturel en constante évolution et l'expertise nécessaire pour utiliser ces modèles limitent leur application dans un contexte industriel.

Ce projet a donc pour objectif principal d'analyser le potentiel d'utilisation de l'optimisation mathématique pour améliorer la

planification des approvisionnements aux usines de produits forestiers. Pour ce faire, une analyse des écarts entre la planification faite actuellement en entreprise et celle obtenue par l'application d'un modèle d'optimisation a été réalisée. Comme les deux types de planifications n'impliquent pas nécessairement les mêmes ressources et compétences (ex : logiciel, main-d'œuvre, temps de réalisation, formation ou connaissance), les coûts et conditions nécessaires à l'utilisation de l'une ou l'autre des approches ont été formellement identifiées et décrites. Ainsi, trois objectifs spécifiques ont été établis, soit : (i) d'évaluer le potentiel d'implantation de l'optimisation mathématique en entreprise, (ii) de comparer les bénéfices et les avantages d'utiliser l'optimisation mathématique vs la méthode de planification faite actuellement en entreprise, pour soutenir les décisions de planification et (iii) d'analyser l'impact d'une variation dans les informations utilisées sur les plans établis selon l'une ou l'autre des méthodes de planification à l'étude.

Cet article est divisé comme suit, la section 2 présente une revue de littérature des connaissances concernant la planification d'un réseau d'approvisionnement, la planification forestière dans la région d'étude, ainsi que les différents modèles qui ont été développés en lien avec le problème étudié. La section 3 présente la méthodologie utilisée, l'étude de cas et l'outil d'aide à la décision utilisé. La section 4 présente les exigences de la mise en œuvre de l'une ou l'autre des méthodes ainsi que les résultats de la comparaison entre les méthodes de planification à l'étude et l'analyse des écarts entre les différents scénarios de planifications élaborés. L'article se termine à la section 5, avec une conclusion qui met en exergue les éléments importants abordés dans la recherche.

2 Revue de littérature

Mosconi (2014), décrit le réseau d'approvisionnement forestier (RAF) comme étant un regroupement de « *l'ensemble des intervenants et des activités forestières qui contribuent à l'exploitation de la forêt jusqu'à la livraison du bois aux usines de transformation* ». Ainsi, l'approvisionnement servirait de point de départ au réseau de création de valeurs. Selon Lehoux *et al.* (2012), la performance du réseau dépendrait essentiellement de l'harmonisation entre les étapes d'approvisionnement et de production jusqu'à la mise en vente des produits finaux. La planification des opérations sur un tel réseau serait effectuée selon l'une des deux approches principales utilisées dans la planification de réseau, soit les approches de planification centralisée et distribuée (Somers, 1996). L'approche de planification centralisée est basée sur la vision globale de la chaîne d'approvisionnement, dont la gestion est coordonnée par une seule entreprise-mère qui doit tenir compte de l'ensemble des flux qui circulent (François, 2007). Les décisions de planification sont axées sur l'ensemble de la chaîne d'approvisionnement, dans l'optique de maximiser les bénéfices globaux (Gharbi, 2012). À l'inverse, l'approche de

planification distribuée considère chaque entreprise indépendamment lors de la prise de décision. Les interactions entre les différents maillons de la chaîne sont basées sur des relations directes de type client-fournisseur, de façon à ce que le fournisseur *en amont* soit en mesure de répondre à la demande du client *en aval* (Eriksson *et al.* 2015).

Dans la planification de réseau plusieurs paramètres peuvent influencer la prise de décision. En fait, la planification permet de supporter la prise de décision par l'élaboration de scénarios qui sont analysés par le gestionnaire qui choisit ensuite, celui qu'il considère le meilleur (Savard, 2011). Habituellement, dans le secteur forestier, le processus de planification fait en entreprise est basé sur une approche par essai et erreur selon l'expérience et l'intuition des planificateurs (Arabi, 2013). L'étude de Mosconi (2014) détaille la méthode de planification utilisée par une entreprise de produits forestiers oeuvrant dans la province de Québec au Canada. Dans sa recherche elle énumère différents outils utilisés par l'entreprise et parmi ceux-ci, les feuilles de calcul Excel, le système d'information géographique ArcGIS, le logiciel de simulation FPinterface ainsi que des logiciels développés à l'interne sont couramment utilisés pour la confection et l'analyse de divers scénarios de planification. Le rapport final de LeBel *et al.* (2015) précise que l'utilisation d'outils technologiques avancés pour la planification permettrait d'évaluer rapidement plusieurs scénarios en plus de visualiser les impacts associés aux modifications proposées par les différents acteurs concernés. Toutefois, selon les partenaires de ces études, de telles initiatives ont été tentées par le passé et l'utilisation des outils a été abandonnée en raison de la complexité des modèles, du temps exigé ainsi que des ressources financières et humaines nécessaires à leur utilisation.

Plusieurs études se sont intéressées aux outils informatisés et le développement de modèle de simulation et d'optimisation a connu une grande expansion, particulièrement à partir des années 1990 (Messier *et al.*, 2001). Des modèles de plus en plus performants ont ensuite été développés pour supporter les décisions dans la planification des activités d'approvisionnement forestier. Parmi ceux-ci, notons : Karlsson *et al.* (2004), Beaudoin *et al.* (2007), Marques *et al.* (2014), Gautam *et al.* (2014), Eyvindson et Kangas (2014), Morneau-Pereira *et al.* (2014), Mobbaker *et al.* (2018). Le Tableau 1 résume les caractéristiques d'une sélection de modèles

d'optimisation et présente les bénéfices potentiels de leur utilisation. Comme le soulignait Mosconi (2014), beaucoup de modèles ont été développés, mais, encore aujourd'hui, il y a peu d'exemples concrets de leur utilisation en entreprise. Souvent, les modèles développés intègrent plusieurs variables qui complexifient leur utilisation alors qu'en réalité ces précisions sont souvent inappropriées pour l'horizon de planification auquel ils s'appliquent et inadaptes au contexte industriel.

En tenant compte du contexte et des objectifs de l'étude, le système de planification LogiOpt, développé par Morneau-Pereira *et al.* (2014), semble une base intéressante pour développer de nouvelles fonctionnalités nécessaires à une application en entreprise. En fait, comme ils utilisent une approche couplée de logiciels déjà utilisés en entreprise et d'un module d'optimisation, il nous semble que son potentiel d'implantation surpasse celui des autres modèles présentés. Ce modèle sera donc utilisé pour le présent projet.

En distinction avec les études antérieures ayant abordé le même sujet, cette étude présente les conditions nécessaires à l'implantation de l'optimisation mathématique pour améliorer et simplifier le processus de planification actuellement fait sur la base de l'expérience et l'intuition des planificateurs. L'étude vise également à quantifier les coûts et bénéfices de la mise en œuvre d'une approche de planification utilisant l'optimisation.

3 Méthodologie

L'élément principal de notre approche méthodologique consiste à comparer un plan réel (tel que réalisé par les planificateurs d'une entreprise de produits forestiers) avec un plan optimal réalisé à l'aide d'un outil d'aide à la décision. Pour bien évaluer l'approche actuelle de planification, le travail des planificateurs lors du processus d'élaboration de la programmation annuelle (PRAN) fait en entreprise a été documenté. Chaque étape fut observée et décrite afin d'avoir un portrait, le plus complet possible, de la méthode et des exigences relatives à sa mise en œuvre. Cette documentation du processus utilisé par les entreprises a permis de cibler plus facilement les étapes de mise en œuvre sur lesquelles il est possible d'intervenir par optimisation.

Tableau 1 : Éléments considérés et bénéfices de modèles récents

Auteurs	Éléments considéré dans le modèle						Bénéfices
	Aménagement forestier	opération de récolte	Réseaux routier	Transport du bois	Transformation en usine	Inventaires forestiers	
Karlsson <i>et al.</i> (2004)	x	x	x	x			↓ Coûts
Beaudoin <i>et al.</i> (2007)		x		x	x		↑ profits
Marques <i>et al.</i> (2014)			x	x	x		↓ Temps
Gautam <i>et al.</i> (2014)	x	x				x	↑ profits
Eyvindson et Kangas (2014)	x	x				x	↑ profits
Morneau-Pereira <i>et al.</i> (2014)		x	x	x	x	x	↑ profits
Mobbaker <i>et al.</i> (2018)		x	x	x			↓ Coûts

L'étude de cas d'une grande entreprise de produits forestiers canadienne possédant un réseau de cinq usines de sciage regroupées dans une même région, a été effectuée. Les usines du réseau transforment majoritairement trois essences soit l'épinette noire (*Picea mariana* M.), le sapin baumier (*Abies balsamea* L.) et le pin gris (*Pinus banksiana* L.) en bois d'œuvre de différentes dimensions. Les sous-produits (copeaux et sciures) sont pris en compte mais jugés moins désirables, car ils réduisent les profits générés. Ces informations sur le réseau et les produits ont été utilisées pour modéliser le problème. Dans le cadre de l'étude, nous utiliserons une implantation du modèle LogiOpt dans la plateforme d'optimisation LogiLab. Intégrant un modèle d'optimisation mathématique (voir en ANNEXE) basé sur la programmation linéaire, LogiLab permet d'intégrer plusieurs facteurs importants à considérer. Pour la planification de l'approvisionnement en bois à partir de la forêt jusqu'à la transformation en usine, il considère simultanément le transport, la récolte, l'hétérogénéité de la matière première ainsi que les éléments entourant la performance des usines. L'objectif est de maximiser la valeur nette obtenue par la vente des produits finis sur l'ensemble du réseau.

L'application d'un modèle d'optimisation au cas d'étude a nécessité de bien comprendre les besoins de l'industrie. Tout d'abord, nous avons paramétré le modèle mathématique générique utilisé dans la plateforme LogiLab puis le contexte particulier de l'entreprise partenaire a été pris en compte (patron de façonnage, tri des piles, mode de transport, etc.). Ainsi nous avons apporté certaines modifications au modèle générique et ajouté certaines contraintes pour refléter la réalité.

Plus spécifiquement, nous avons intégré les différents patrons de façonnage des arbres qui sont utilisés selon les secteurs de récolte en forêt (deux longueurs sont possibles pour les billes tronçonnées, soit 16' ou 18')*. Cependant, seulement deux des cinq usines du réseau sont aptes à transformer des billes tronçonnées en 18' [Equation 1]. Les équipes de récolte en forêt trient les tiges récoltées en trois piles (qui peuvent être séparées par essence ou par diamètre selon les secteurs) et chaque pile peut être envoyée au maximum à deux usines [Equation 3]. Le transport du bois est effectué par des camions hors-normes (sur-dimensionnés) ou des camions semi-remorque à quatre essieux. Le volume transporté par camion hors-normes ne peut provenir que de certains secteurs et ne peut être envoyé qu'à trois des cinq usines du réseau via des routes forestière [Equation 2]. Les éléments qui ont été ajoutés au modèle sont les suivants :

Nouveaux ensembles

$B \subset U$	Ensemble des blocs de récolte
$S_{18pi} \subset W$	Ensemble des procédés de façonnage en bille de 18pi
I	Ensemble des piles
P_i	Ensemble des produits composant la pile i
$B_i \subset B$	Ensemble des blocs de récolte faisant partie d'un secteur à récolter

Nouvelle constante

η	Volume total transformable aux usines acceptant des billes de 18pi
--------	--

Nouvelle variable

L_{uw}	Variable binaire indiquant si les produits provenant de u sont envoyés vers w
----------	---

Formulation mathématique

$$\sum_{t \in T} \sum_{p \in P} \sum_{w \in S_{18pi}} \sum_{u \in U} \gamma_{pw} Y_{twu} \leq \eta \quad (1)$$

$$\sum_{e \in \delta_w^-} \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} F_{ept} \leq ML_{uw} \quad \forall u \in B, w \in U, i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{w \in U} L_{uw} \leq 2 \quad \forall u \in B_i \quad (3)$$

L'entreprise doit également déterminer certains paramètres à appliquer dans le modèle (coûts de surcharge de carburant, proportion des secteurs de récolte récoltée, mode de récolte, etc.). Une fois l'optimisation terminée, il est possible de visualiser sommairement les résultats dans l'interface web de LogiLab. Il est également possible d'exporter le fichier détaillé de la solution en format Excel permettant de générer des tableaux et graphiques plus complets afin de faciliter l'analyse des résultats. Le logigramme de la Figure 1 présente les différentes étapes et l'ensemble des fichiers nécessaires à la création du modèle et à la visualisation des résultats.

L'estimation des revenus générés par la vente des produits finis est obtenue à l'aide du logiciel Optitek^{MD} développé par FPIInnovations. Pour chacune des usines du réseau, Optitek^{MD} simule le panier de produits généré pour chaque bille entrant dans l'usine selon la configuration actuelle des lignes de sciage et des caractéristiques propres à la bille (courbure, défilement, grosseur, etc.). Le territoire forestier québécois est divisé en 191 zones de tarification pour lesquelles la valeur marchande du bois sur pied est déterminée pour chaque mètre cube (m³) de bois récolté. Cette valeur reflète l'état des marchés et est ajustée tous les trois mois (Bureau de Mise en Marché du Bois, 2021). Les données des aires de récolte pour la planification en entreprise ont été établies à l'aide des inventaires décennaux du Ministère des Forêts, de la Faune et des Parcs (MFFP). Ces données ont ensuite été traitées à l'aide de l'outil d'agrégation FPIInterface^{MD} (un module complémentaire à FPIInterface^{MD}) pour créer des blocs de récolte qui servent de points d'approvisionnement pour l'allocation du bois aux usines. La Figure 2 présente un exemple de blocs de récolte qui ont été créés en agrégeant, par attribut, les polygones présents dans le fichier de forme. Ainsi chaque bloc de récolte devient un regroupement des aires de récolte spatialement dispersées.

* Les produits forestiers sont décrits par leur longueur nominale. Les billots de 16 et 18 pieds mesurent environ 500 et 560 cm respectivement. Une surlongueur est prévue.

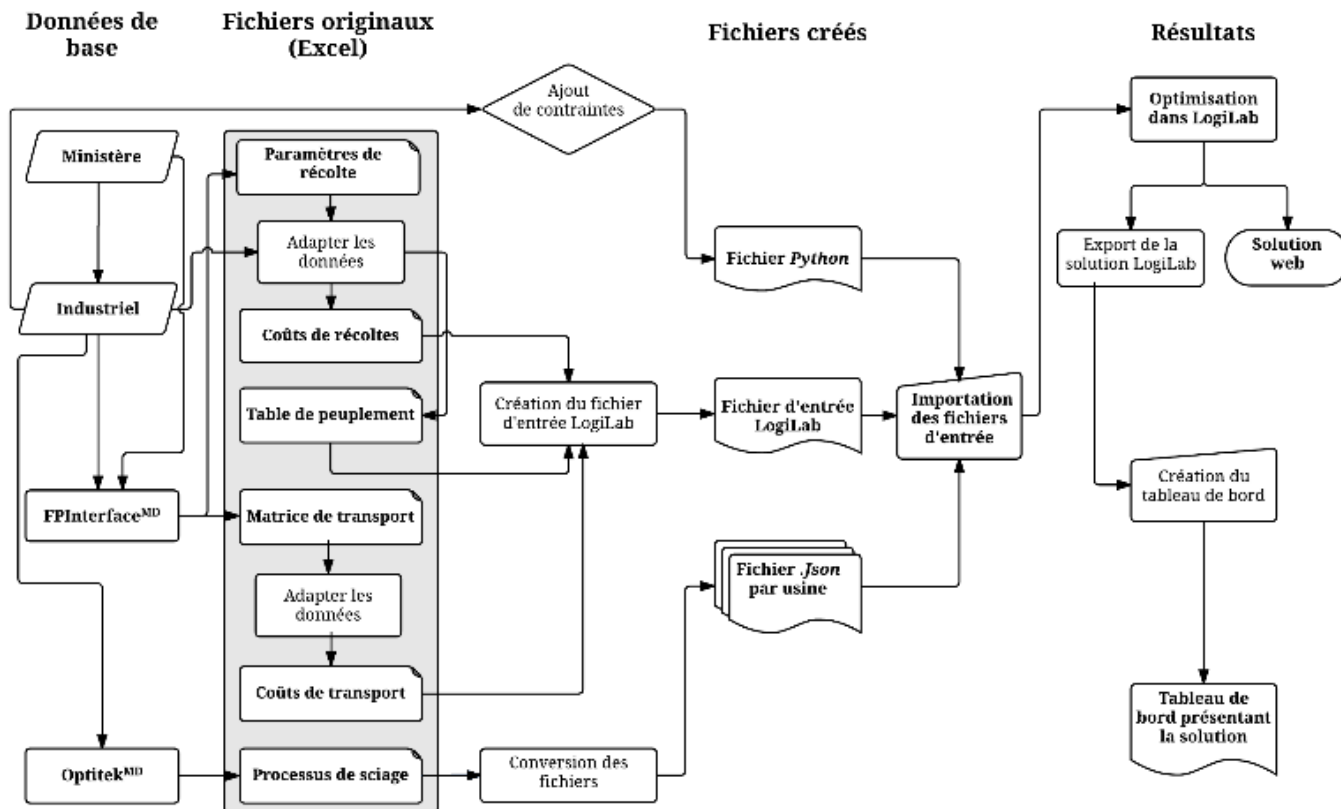


Figure 1 : Logigramme du processus d'optimisation des approvisionnements utilisé dans le cadre du projet

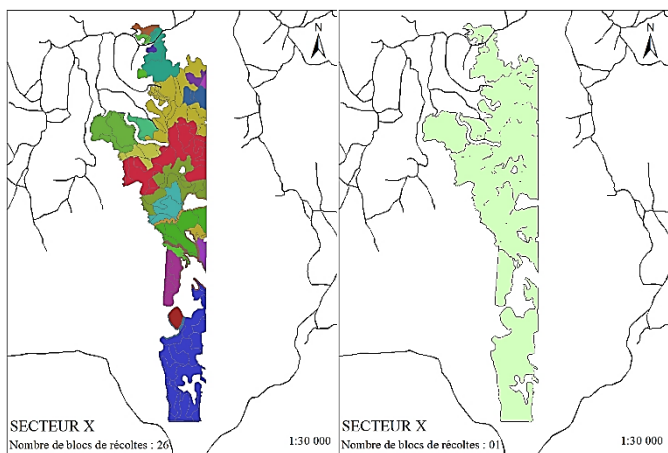


Figure 2 : Exemple de blocs de récolte avant et après l'agrégation par secteur avec l'outil d'agrégation FPInterfaceMD.

Pour être en mesure d'intégrer ce nouveau processus d'optimisation avec le processus de planification utilisé en entreprise, les responsables ont été rencontrés et questionnés sur leurs tâches spécifiques. À partir de réponses obtenues, un schéma qui résume le processus de planification a été développé et validé par l'entreprise partenaire. On y présente les étapes de planification, la description des tâches de chacun des intervenants responsables, les différents logiciels utilisés lors du processus ainsi que le coût approximatif pour développer un plan. Finalement, nous avons défini différents scénarios alternatifs réalistes en collaboration avec les planificateurs.

Au total sept scénarios comparatifs ont été générés : quatre scénarios optimisés, un scénario manuel et deux scénarios ayant bénéficiés de données d'inventaires ajustées. Ces deux derniers scénarios visent à évaluer l'impact de l'imprécision des données sur les plans manuel et optimal. Le Tableau 2 présente la liste des scénarios ainsi que les comparaisons qui ont été effectuées.

Tableau 2 : Plan de traitement pour la comparaison des scénarios développés

Scénario	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
S1. Optimal de référence		X	X	X	X	X	X
S2. Optimal avec piles modifiées	X		X	X		X	
S3. Optimal avec façonnage fixe	X	X		X		X	
S4. Optimal combiné (avec piles modifiées et façonnage fixe)	X	X	X			X	
S5. Optimal avec inventaire ajusté	X						X
S6. Manuel	X	X	X	X			X
S7. Manuel avec inventaire ajusté	X					X	

- Le plan « optimal de référence » (S1) représentant le plus fidèlement possible le processus actuel de l'entreprise partenaire et sert de point de référence à la comparaison avec les autres scénarios.
- Le scénario optimal avec « piles modifiées » (S2) permet de comparer l'effet du classement des billes selon le diamètre plutôt que seulement par essence. Les piles testées dans ce scénario sont : (i) une pile de sapins (toute grosseur), (ii) une

pile d'épinette et de pin gris avec de faibles diamètres (<16 cm),
(iii) une pile d'épinette et de pin gris avec de gros diamètres (≥ 16 cm).

- Le scénario optimal avec « **façonnage fixe** » (S3) impose que tous les blocs soient récoltés en longueur de 16' et ce peut importe la destination. Ceci permet de comparer avec le scénario de référence où deux longueurs de façonnage (16' et 18') sont possibles selon les usines.
- Le scénario optimal « **combiné** » (S4) utilise le tri des piles selon le diamètre et l'essence ainsi que le façonnage en longueur fixe de 16'.
- Le scénario de planification manuelle correspond au plan « **manuel** » (S6) dans lequel les décisions d'allocation sont celles des planificateurs en entreprise sans l'optimisation.
- Les deux scénarios avec « **inventaire ajusté** » (S5 et S7) considèrent les données réelles d'inventaires qui ont été mesurés à l'usine à la fin de la saison d'opération (pour une partie des blocs récoltés).

Finalement, afin d'obtenir des scénarios comparables et réalistes, nous avons contraint le modèle d'optimisation à respecter minimalement l'attribution des volumes à récolter en garantie d'approvisionnement (GA) de façon à ce chaque usine reçoive au moins 100 % des volumes prévus à sa GA. Nous avons aussi mis une contrainte visant à ce que les scénarios optimaux récoltent exactement le même volume que ce qui est prévu dans la planification manuelle du réseau soit près 130 % de l'ensemble des GA.

4 Résultats

4.1 Ressources requises

Lors du processus de planification en forêt publique, l'industriel a le pouvoir d'intervenir sur un nombre limité d'étapes, les autres étant prise en charge par d'autres intervenants. Nous avons identifié sept étapes principales pour décrire le processus de planification soit :

1. Le calcul de la possibilité forestière (forestier en chef)
2. La détermination des zones d'intérêts (comité mixte opérationnel)
3. Le choix du Bureau de mise en marché des Bois (BMMB)
4. Le développement de la programmation annuelle (PRAN) individuelle par les bénéficiaires d'une garantie d'approvisionnement (GA)
5. La mise en commun des PRAN individuelles
6. Le dépôt de la PRAN au MFFP
7. L'adaptation aux mesures d'harmonisation, si requis

De ces étapes, l'industriel intervient sur les points quatre et sept, ainsi ce sont pour ces étapes que nous avons proposé l'utilisation de l'optimisation. Le coût du plan manuel fait en entreprise a été calculé à partir du temps (payé en salaire) nécessaire à chacune

des étapes du processus d'élaboration. Les ressources (ex : matériel, main d'œuvre, temps) nécessaires à la réalisation ont également été identifiées. L'étude du processus de planification manuel ayant été réalisée en 2016, les salaires qui sont présentés dans le tableau 3 sont ceux qui étaient en vigueur à ce moment. Pour des fins de comparaison nous avons utilisé les salaires moyens d'ingénieur forestier de 2016 pour le processus de planification optimisé.

Nous avons dénombré treize personnes dont la majorité a une formation de niveau de collégiale, tel qu'illustré à la Figure 3. Au total c'est entre 56 et 128 jours ouvrables (8 heures/jour) qui seraient nécessaires à la planification, ce qui représente un coût estimé entre 23 873 \$ et 30 918 \$. Le matériel nécessaire à l'élaboration du plan comporte l'utilisation de plusieurs outils informatisés (Microsoft Excel, ArcGIS, SyGif_GT /*module intégré à ArcMap*, Microsoft Word, Microsoft Access). Comme la majorité de ces outils sont utilisés quotidiennement par l'entreprise, les frais rattachés à leur utilisation n'ont pas été calculés dans le coût de production des plans.

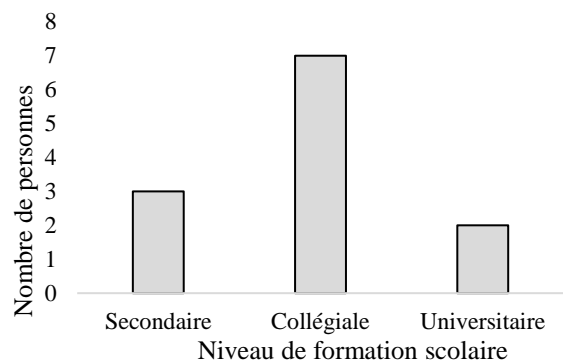


Figure 3 : Niveau de formation scolaire détenue par les employés affectés à la planification

Les premières étapes du développement d'un plan optimal à l'aide de LogiLab consistent en la création des fichiers d'entrée. Dès que les fichiers ont été importés dans LogiLab, le problème est posé et il est possible de lancer une optimisation. Le temps de résolution des scénarios intégrés au modèle d'optimisation dans le cadre de notre étude était généralement de moins de 15 minutes. La création et l'analyse des scénarios obtenus à l'aide de LogiLab nécessitent un professionnel détenant un baccalauréat en foresterie (ingénieur forestier), soit une formation de niveau universitaire. Le temps nécessaire à la génération d'un scénario de planification optimal à l'aide de LogiLab, de la création du fichier d'entrée jusqu'à l'intégration de la solution détaillée dans le tableau de bord, est estimé à une journée et demie pour un expert du processus. L'estimation de ce nouveau coût est de 1 119 \$ pour la première année, puis diminuerait de moitié pour les années suivantes. En intégrant l'optimisation au processus de planification en entreprise, nous estimons que le temps qui est actuellement utilisé pour la planification serait minimalement réduit de moitié ce qui représente une économie moyenne de plus de 13 698 \$.

Ce processus nécessite également l'utilisation de plusieurs outils et logiciels informatiques dont les logiciels FPInterface^{MD} et Optitek^{MD} développés par FPInnovations, ArcGis, et CPLEX. Pour la licence de FPInterface^{MD}, selon Volpé (2019) le logiciel coûte 3 500 \$ plus l'abonnement annuel qui est de 1 150 \$ alors que la licence de CPLEX est estimée à 3 573 \$[†]. Comme le logiciel Optitek^{MD} est déjà utilisé par l'entreprise partenaire, nous n'avons pas inclus ce coût au coût du processus de planification.

Des économies de 4 355 \$ seraient possibles dès la première année de mise en œuvre du processus de planification optimal en entreprise (Tableau 3), et seraient de 8 415 \$ par la suite.

Tableau 3 : Comparaison entre les coûts de la planification actuelle et optimisée pour la première année (et les suivantes) de mise en œuvre

Dépenses	Processus de planification optimisé		Méthode actuelle
	Année 1	Année 2+	
Salaire	14 817 \$	14 258 \$	27 395 \$
Licence logiciel	8 223 \$	4 723 \$	-
Total	23 040 \$	18 981 \$	27 395 \$

Le processus de planification manuel qui est actuellement en place requiert plus de temps total que le processus de planification optimisé. Ainsi, nous estimons qu'il serait plus rentable dès la mise en œuvre d'adopter le processus de planification optimisé avec LogiLab. Pour passer du plan manuel au plan optimisé, des investissements dans la formation de la main-d'œuvre seront nécessaires afin de maîtriser les particularités de l'utilisation de LogiLab. Cependant, étant donné les qualifications des travailleurs déjà affectés au processus de planification en place dans l'entreprise partenaire, ces investissements devraient être négligeables. Finalement, comme les logiciels de base (ArcGis et Microsoft Excel) sont déjà utilisés dans le processus actuel (planification manuelle), il serait possible d'opter pour le processus de planification optimal avec un minimum d'effort plutôt que continuer à planifier manuellement. Cette nouvelle méthode devrait être envisagée sérieusement par les entreprises de produits forestiers pour leur planification.

4.2 Avec les données des inventaires initiaux

Le plan optimal de référence adapté selon l'étude de cas est celui qui présente la valeur nette la plus élevée suivie de près par le plan optimal avec contraintes de piles modifiées, tel qu'illustré à la Figure 4. Le plan manuel est celui qui obtient la plus faible valeur nette avec 19,26 % d'écart au plan optimal de référence, une différence d'environ 9 M\$. Par souci de confidentialité, les autres valeurs monétaires des plans sont présentées en variation par rapport au scénario optimal (dont la valeur a été fixée à 1).

Dans le plan manuel, les revenus escomptés pour les produits du sciage (Figure 5 a) sont les plus faibles alors que les revenus pour les sous-produits (Figure 5 b) sont les plus élevés. Les revenus les plus élevés pour les produits du sciage sont obtenus par le plan optimal avec contrainte de piles modifiées et les revenus pour les sous-produits les plus faibles correspondent au plan optimal de référence.

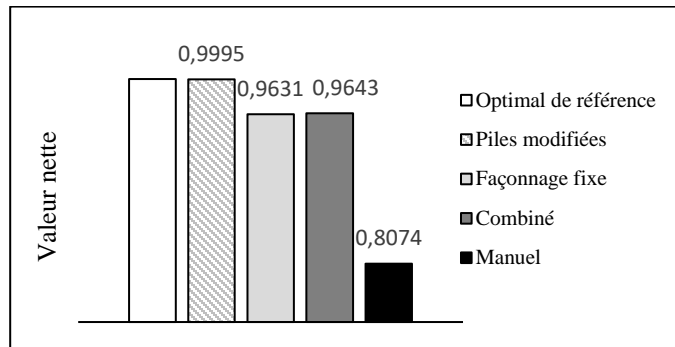


Figure 4 : Variation relative de la valeur nette des scénarios en comparaison avec le scénario optimal

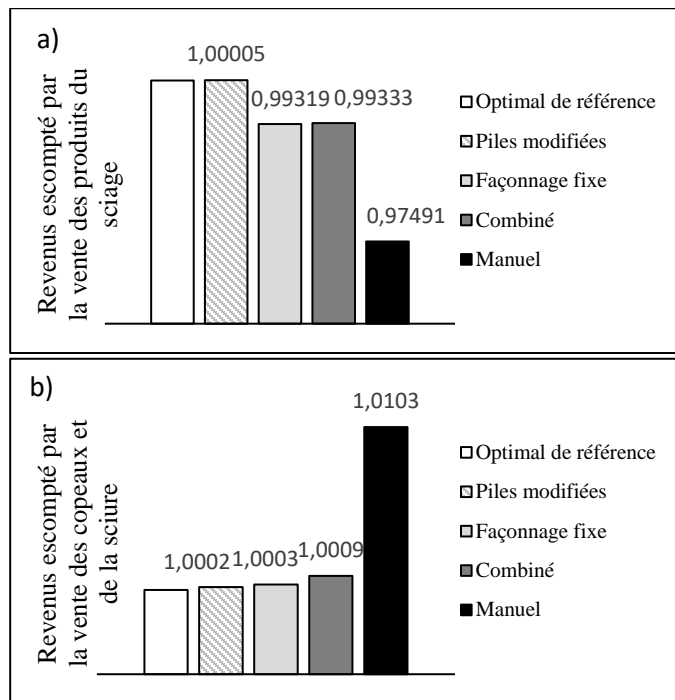


Figure 5 : Variation relative des revenus (a) du sciage, (b) des sous-produits, en comparaison avec le scénario optimal

Bien que la méthode manuelle tente de réduire les distances de transport, il s'agit du scénario qui a les coûts de transport le plus élevé soit de 1,7 % supérieur à ceux du plan optimal de référence. Pour ce qui est des coûts de production, la même tendance est observée, les coûts les plus élevés sont générés par le plan manuel

[†] Prix estimé pour 12 mois (259 \$/mois + taxes) au 23 février 2021. (<https://www.ibm.com/ca-fr/products/ilog-cplex-optimization-studio/pricing>)

avec 2,7 % de plus que les coûts de production les plus faibles observés du côté du plan optimal de référence (voir Figure 6).

L'analyse comparative des résultats présentés montre qu'il y a peu de variation entre les différents scénarios de plans optimaux. En fait, le plan optimal de référence qui constitue un scénario de planification réaliste et adaptée au cas actuel de l'entreprise est le scénario qui génère les plus grands bénéfices. Ce résultat provient essentiellement d'une réduction dans les coûts de transport et de production en usine. Comparativement au scénario optimal avec piles modifiées, le scénario optimal de référence est moins limité par les types de produits composant les piles ce qui permet une allocation plus efficiente des produits en fonction de performances de transformation des usines et selon la distance de transport, ce qui explique que le scénario avec piles modifiées obtient une valeur nette légèrement plus faible même s'il obtient les revenus du sciage les plus élevés.

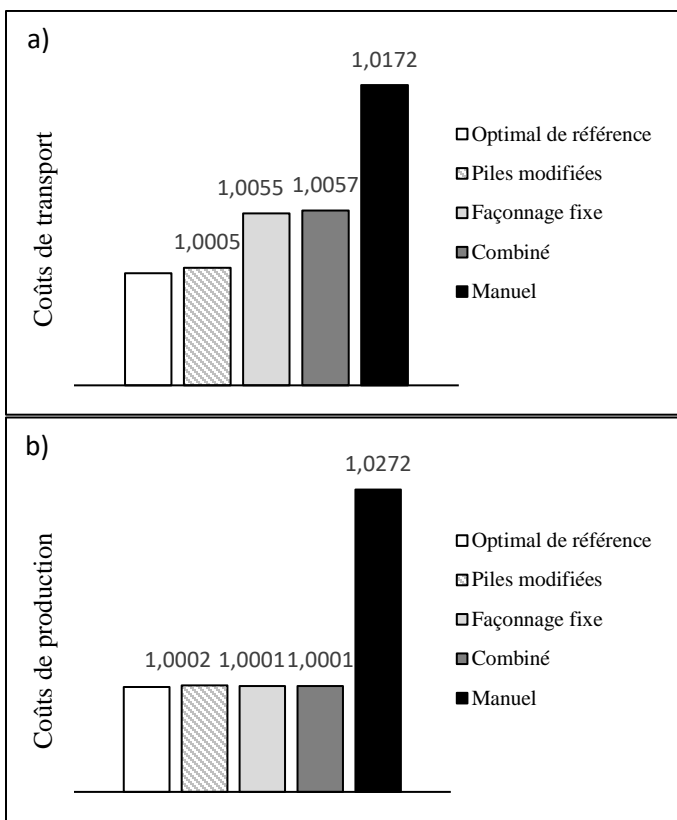


Figure 6 : Variation relative des coûts (a) de transport, (b) de production, en comparaison avec le scénario optimal

En comparant le plan manuel aux autres plans, nous constatons qu'il y a un écart entre les coûts, les revenus et la valeur nette générée par rapport aux scénarios optimaux, dont les résultats sont plus intéressants. Il faut cependant noter que dans notre analyse les revenus provenant de la sciure et des copeaux ne procurent aucun bénéfice à l'entreprise. La valeur de ces sous-produits étant plus faible que les coûts, ils sont généralement vendus à pertes.

L'important écart observé entre les valeurs nettes du scénario optimal de référence et du scénario manuel résulte principalement

de l'allocation des secteurs de récolte et du volume alloué selon la performance de transformation des usines dans le type de produits-forêt acheminés. En fait, plus les produits-forêts acheminés aux usines ont des caractéristiques qui correspondent aux capacités spécifiques de transformation d'une usine, moins ils produisent de sous-produits indésirables et plus ils produisent des produits de valeur élevée ce qui a un effet direct sur la valeur nette générée par l'usine.

Comme l'objectif de l'étude vise à maximiser la valeur nette du réseau, l'utilisation du modèle d'optimisation a dirigé les volumes récoltés vers les usines les plus performantes, en priorité, de façon à augmenter la valeur nette globale générée mais tout en respectant les contraintes de volumes imposés dans le modèle (Figure 7). Cette priorisation du volume vers les usines les plus performantes peut cependant être difficile à appliquer dans la réalité en raison des contraintes réglementaires relatives à la planification (respect des attributions de GA à chacune des usines).

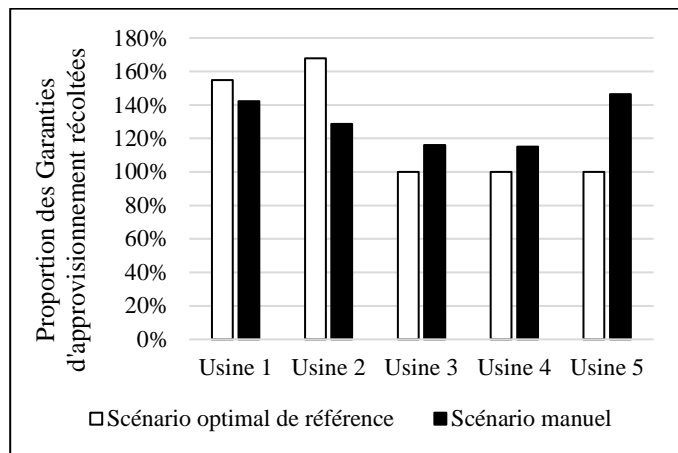


Figure 7 : Proportions des volumes de GA alloués aux usines dans le scénario optimal de référence par rapport au scénario manuel

En comparant l'allocation des blocs de récolte prévue entre les scénarios manuel et optimal de référence nous constatons que très peu des blocs de récoltes ont été sélectionnés et alloués de façon identique entre les scénarios (Figure 8). En fait, les deux scénarios allouent seulement 11 blocs de récoltes (16 %) de façon identique (même blocs et même volume acheminé aux mêmes usines). En comparant l'allocation des blocs de récoltes entre les deux scénarios nous constatons que :

- Pour l'usine 1, 91 % des blocs de récolte alloués sont les mêmes mais dans des proportions différentes (volume de produits) entre les scénarios, aucun de ces blocs n'est alloué façon identique (proportions des volumes acheminés/blocs différents) et 9 % des blocs alloués sont totalement différents;
- Pour l'usine 2, 26 % des blocs de récolte sont les mêmes et ceux-ci sont alloués de façon identique entre les scénarios (74 % sont totalement différents);

- Pour l'usine 3, 63 % des blocs de récolte sont les mêmes mais dans des proportions différentes et aucun n'est alloué de façon identique (37 % sont totalement différents);
- Pour l'usine 4, 32 % des blocs de récolte sont les mêmes dont seulement 3 % sont alloués de façon identique (68 % sont totalement différents);
- Pour l'usine 5, 45 % des blocs de récolte sont les mêmes mais dans des proportions différentes et aucun n'est alloué de façon identique (55 % sont totalement différents);

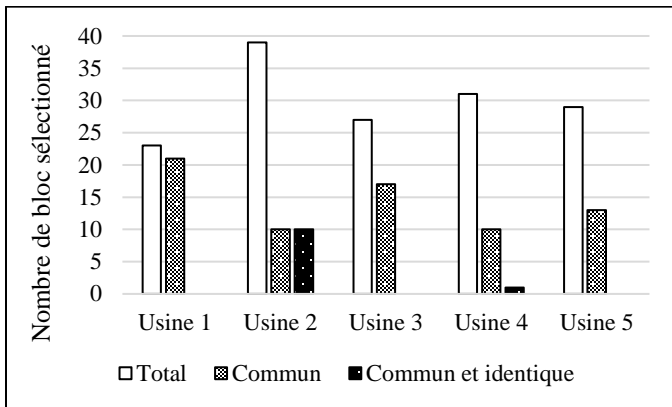


Figure 8 : Comparaison de l'allocation des blocs de récoltes aux usines entre les scénarios manuel et optimal de référence.

Ainsi, l'allocation des secteurs de récolte aux usines de transformations du réseau devient plus profitable en utilisant l'optimisation. Le modèle d'optimisation prend en considération les distances de transport, les coûts de transport par mode de transport, les performances des usines en fonction des produits-forêts entrant, les capacités de transformations des usines, les caractéristiques de la matière première à transformer, la valeur des produits finis générés et les coûts de transformations par usine et par produit. La planification manuelle se limite quant à elle aux aspects liés aux coûts de transport et utilise des approximations pour guider les rendements des usines.

Nos résultats permettent de confirmer que les décisions d'affaires qui ont été prises par l'entreprise concernant les classes de produits en forêt étaient favorables. En effet, les bénéfices sont plus élevés en ne triant plus les piles selon le diamètre mais seulement selon les essences pour tous les secteurs de même qu'en permettant la récolte et la transformation de billes de 18' (et non seulement en longueur fixe de 16').

4.3 Avec les données d'inventaires réels

L'impact de la précision des données d'inventaires forestiers sur la planification a été évalué en utilisant les volumes réels mesurés après coupe. Pour notre cas d'étude, nous avons obtenu les volumes réellement récoltés de 18 des 66 blocs ce qui correspond à environ 27 % de l'ensemble des blocs de récolte. Tel que montré à la Figure 9, les ajustements effectués aux données d'inventaires prévus en utilisant les données mesurées à l'usine correspondent à une réduction de 8,18 % du volume total de récolte et 11,6 % de

la superficie totale des blocs. Les volumes ajustés des 18 blocs de récolte sont quant à eux, réduits de 22,44 % par rapport aux volumes prévus avant la récolte. Également, la proportion des volumes d'épinettes noires (EPN) et de pins gris (PIG) augmente alors que le volume de sapin (SAB) diminue en comparant les données prévisionnelles avec les données d'inventaires réels.

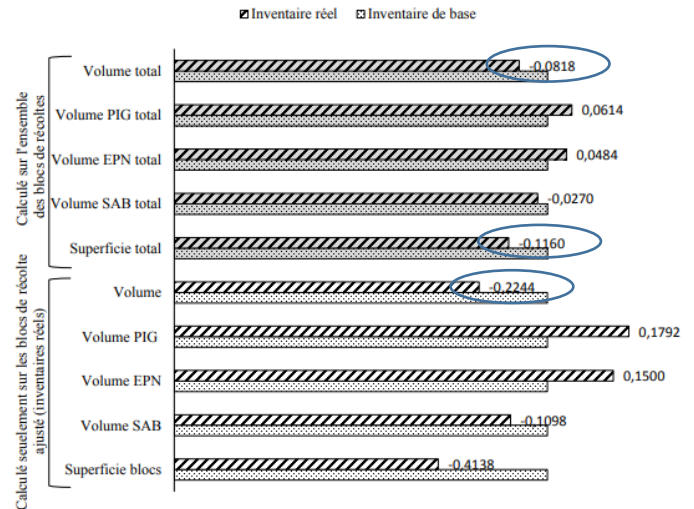


Figure 9 : Variation entre l'inventaire réel et l'inventaire initial (de base)

Les données d'inventaire initial ont été remplacées dans le modèle mathématique par les valeurs réelles et une nouvelle valeur optimisée a ensuite été calculée avec cet ajustement des volumes et des superficies. Les résultats des plans optimaux et manuels pour les données des inventaires réels ont été comparés, avec les plans faits avec les inventaires initiaux, tel qu'illustré à la Figure 10.

Nous pouvons y remarquer des tendances similaires à celles qui sont observées entre les plans manuel et optimal lorsque les inventaires sont ajustés. Dans les plans manuel et optimal ajustés (avec 27 % des inventaires réels), il y a une réduction dans les volumes récoltés en forêt et produits en usine, une réduction des coûts et des revenus ainsi qu'une réduction de la valeur nette. Nous observons peu de différences entre les plans optimal et manuel avec les données d'inventaires ajustés par rapport aux plans initiaux, au niveau des variables comparées. Sur la base de ces résultats, le plan optimal semble être un « meilleur plan » même lorsque les données d'inventaires varient, car par rapport aux plans de référence, les deux plans ajustés diminuent de façon à peu près équivalente, soit d'environ 14 % pour le plan optimal et près de 13,6 % pour le plan manuel, alors que la valeur nette générée par optimisation demeure grandement supérieure à celle obtenue dans le plan manuel (un écart de 7,5 M\$).

Selon ces données la valeur nette générée par le plan optimal de référence avec inventaire ajusté diminue de façon légèrement plus importante que celle obtenue par le plan manuel avec inventaires ajustés. En fait pour chaque m³ en moins, la valeur nette générée par le plan optimal génère des pertes d'environ 5,01 \$/m³ par rapport au plan manuel avec inventaires ajustés. Cependant, pour

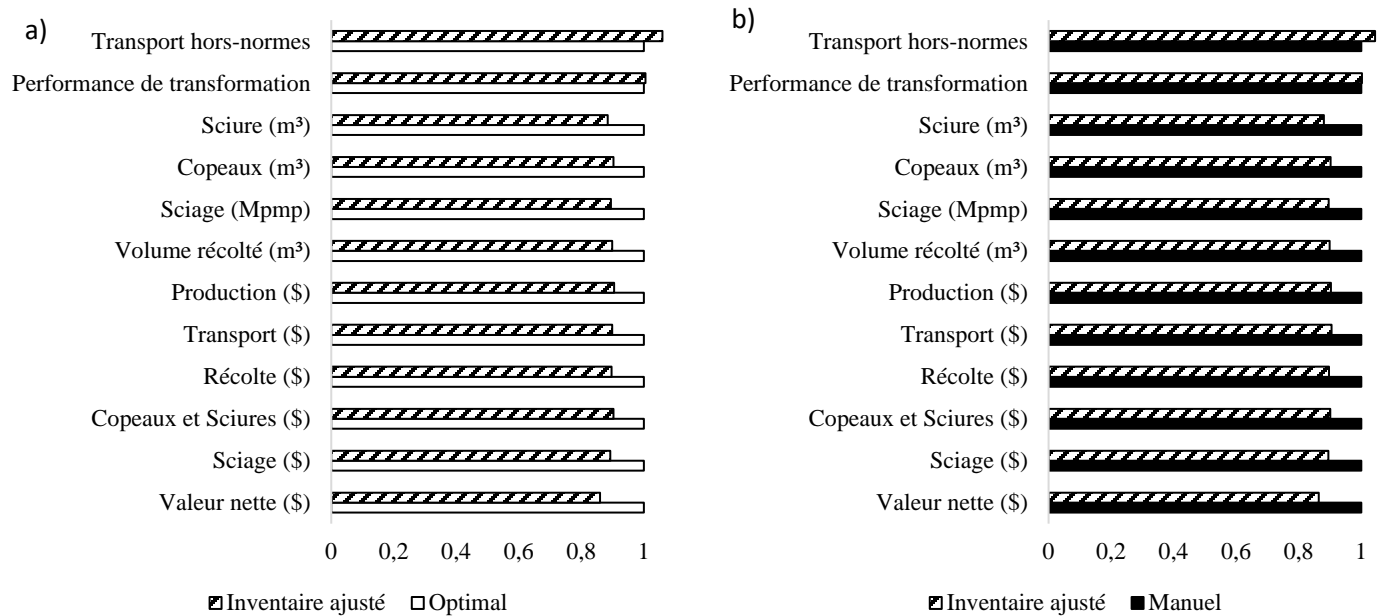


Figure 10 : Effet d'un changement dans les données d'inventaires sur a) le plan optimal et b) le plan manuel

que le plan manuel devienne une meilleure option et génère une valeur nette équivalente (ou supérieure) au plan optimal il faudrait que l'ajustement de la totalité des inventaires (en considérant que la valeur nette du plan manuel ne diminue pas suite à l'ajustement) soit de 30 % de moins que le plan optimal de référence. Finalement, une erreur de près de 10 % (environ 286 018 m³) dans les volumes récoltés liés aux données d'inventaires se traduit en une diminution de la valeur nette de 14 % du plan optimal et 13,6 % du plan manuel. En raison du peu de données sur les inventaires réels dont nous disposons, il n'est pas possible de se prononcer formellement sur l'effet que peut avoir la précision des données d'inventaires forestiers sur l'un ou l'autre des plans.

5 Conclusion

À l'heure actuelle la planification des approvisionnements en bois aux usines de produits forestiers est effectuée selon une méthode qui se fonde sur l'expérience et l'intuition des planificateurs. Cependant, la planification des interventions en forêts nécessite la prise en compte d'une multitude de critères. Il est généralement accepté que l'utilisation de l'optimisation permet d'aider les planificateurs à prendre de meilleures décisions. Notre étude vient quantifier de manière rigoureuse les bénéfices qu'apporterait un système d'optimisation informatisé pour planifier les allocations forêt-usine. De plus, l'effort et les coûts que représente l'implantation d'un tel outil en entreprise sont estimés en utilisant le contexte réel observé dans une entreprise canadienne. Auparavant, dans la littérature, plusieurs modèles théoriques étaient proposés, mais avec peu ou pas d'exemples concrets de leurs utilisations réelles en entreprise. Ainsi, nous voulions vérifier si la complexité du problème, l'environnement naturel en constante

évolution et l'expertise nécessaire pour utiliser ces modèles étaient des facteurs limitant l'application de ces modèles dans un contexte industriel. Pour vérifier nos hypothèses de départ, nous avons (i) évalué le potentiel d'implantation de l'optimisation mathématique en entreprise en plus (ii) de démontrer les bénéfices et avantages d'utiliser l'optimisation mathématique pour soutenir les décisions de planification. L'étude a été réalisée avec la collaboration d'une grande entreprise de produits forestiers possédant un réseau de cinq usines de transformation, dispersé sur un grand territoire.

Les résultats montrent qu'en adoptant le processus de planification optimal développé, des économies liées à l'élaboration de la planification sont possibles dès la première année de mise en œuvre. Cependant, la mise en œuvre du processus de planification optimal qui est proposé nécessite certains efforts et modifications au sein de l'entreprise. Parmi ces exigences, nous notons l'acquisition de certains logiciels pour la création des données de base qui sont nécessaires à l'utilisation de LogiLab, tel que FPIInterface^{MD}, Optitek^{MD} ou un « solver » mathématique tel que CPLEX. Le niveau de formation pour utiliser ce processus ne nécessite qu'un minimum de formation en optimisation mathématique et des connaissances de base en programmation. Le processus de planification optimal utilisé en complément à la méthode de planification actuelle devrait réduire minimalement de moitié le temps consacré à la planification.

Afin de pouvoir démontrer les bénéfices et avantages d'utiliser l'optimisation mathématique pour soutenir les décisions de planification, les résultats d'un plan fait manuellement et par optimisation ont été comparés. Les résultats démontrent qu'il y a peu de variation entre les plans optimaux qui intègrent différentes contraintes opérationnelles. L'effet de ces variations montre que le processus de planification optimal proposé est résistant aux

variations d'ordre opérationnel. Par ailleurs, les résultats montrent que la valeur nette prévue par le plan optimal développé est de **19,26 % supérieur** à celle prévue dans le plan manuel développé selon la méthode utilisée actuellement en entreprise. Cette augmentation serait principalement attribuable à une meilleure allocation des blocs de récoltes aux usines de transformation. Cette allocation plus efficiente permettrait de réduire les coûts de transport, d'augmenter la performance de transformation moyenne des usines du réseau ce qui permettrait de générer un volume plus important de bois d'œuvre qui constitue la principale source de revenus des usines en plus de réduire les coûts de production. Nos résultats démontrent également l'importance de connaître à l'avance (au moins une année) les secteurs qui serviront à l'approvisionnement des usines. Pour ce qui est de l'effet d'une variation dans les données d'inventaires, il serait important de refaire l'exercice avec un quantité plus importante de données réelles.

Nos résultats, basé sur un contexte industriel, confirment le potentiel offert par l'optimisation mathématique pour réaliser la planification des approvisionnements en bois aux usines de produits forestiers. Par ailleurs, comme ce projet s'attarde à la planification annuelle, il serait intéressant de tester l'optimisation de la planification sur une échelle plus opérationnelle (ou en temps réel) afin d'adapter la planification en cours d'application.

Bibliographie

ARABI, M. (2013). An optimization and simulation framework for integrated tactical planning of wood harvesting operations and lumber production. Université Laval, Mémoire:68 p.

BUREAU DE MISE EN MARCHÉ DU BOIS (2021). Grille de taux de la valeur marchande des bois sur pied, disponible en ligne. <https://bmbb.gouv.qc.ca/publications-et-reglements/tarification-forestiere/>

BEAUDOIN, D., LEBEL, L. et FRAYET, J.-M. (2007). Tactical supply chain planning in the forest products industry through optimization and scenario-based analysis. *Canadian Journal of Forest Research*, 37:128–140.

ERIKSSON, M., LEBEL, L., et LINDROOS, O. (2015). Management of outsourced forest harvesting operations for better customer-contractor alignment. *Forest Policy and Economics*, 53:45–55.

EYVINDSTON, K. et KANGAS, A. (2014). Stochastic goal programming in forest planning. *Canadian Journal of Forest Research*, 44:1274–1280.

FRANÇOIS, J. (2007). Planification des chaînes logistiques : Modélisation du système décisionnel et performance, Thèse de doctorat à l'université Bordeaux1.

GAUTAM, S., LEBEL, L., BEAUDOIN, D. et SIMARD, M. (2014). Modelling hierarchical planning process using a simulation-optimization system to anticipate the long-term impact of operational level silvicultural flexibility. *ScienceDirect, IFAC PapersOnLine*, 48(3):616–621.

GHARBI, H. (2012). Planification réactive et robuste au sein d'une chaîne logistique. Université de Toulouse, Thèse:182 p.

KARLSSON, J., RÖNNQVIST, M. et BERGSTRÖM, J. (2004). An optimization model for annual harvest planning. *Canadian Journal of Forest Research*, 34:1747–1754.

LEBEL, L., LALIBERTÉ, F., SIMONEAU, L., MORIN, F. et GHARBI, C. (2015). Planification forêt efficiente (phase 1), Rapport final. Consortium de recherche FOR@C, Groupe Initiative Mauricie (GIM):34–43.

LEHOUX, N., MARIER, P., D'AMOURS, S., OUELLET, D. et BEAULIEU, J. (2012). Réseaux de créations de valeurs de la fibre canadienne. Centre Interuniversitaire de Recherche sur les Réseaux d'entreprises, la Logistique et le Transport (CIRRELT), (2012-33):194 p.

MARQUES, A. F., de SOUSA, J. P., RÖNNQVIST, M. et JAFE, R. (2014). Combining optimization and simulation tools for short-term planning of forest operations. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 29(sup1):166–177.

MESSIER, C., BERNIER, P. Y., LO, E. et COATES, D. (2001). Le développement des modèles de simulations en foresterie : En pleine expansion. *L'Aubelle*, 136:10–13.

MINISTÈRE DES FORÊTS, DE LA FAUNE ET DES PARCS (2020). Ressources et industries forestières du Québec. Portrait statistique 2019. Gouvernement du Québec.

MOBTAKER, A., MONTECINOS, J., OUHIMMOU, M., RÖNNQVIST, M., et PAQUET, M. (2018). Minimizing spatial dispersion of forest harvest areas using spectral clustering and set covering modelling. *Canadian Journal of Forest Research*. 48(12): 1563-1576.

MORNEAU-PEREIRA, M., ARABI, M., OUHIMMOU, M., GAUDREAU, J. et NOURELFATH, M. (2014). An optimization and simulation framework for integrated tactical planning of wood harvesting operations, wood allocation and lumber production. MOSIM14, 10th International Conference on Modeling, Optimization and Simulation.

MOSCONI, E. P. (2014). L'apport d'une approche multi-dimensionnelle de gestion des connaissances à la performance décisionnelle des organisations. Université Laval, Thèse: 230 p.

RÖNNQVIST, M. (2003). Optimization in forestry. *Math. Program, Ser., B* (97):267–284.

RÖNNQVIST, M., D'AMOURS, S., WEINTRAUB, A., JOFRE, A., GUNN, E., HAIGHT, R. G., ROMERO, C. (2015). Operations research challenges in forestry: 33 open problems. *Annals of Operations Research*, 232(1), 11-40.

SAVARD, M. (2011). Planification stratégique d'un réseau logistique : Cas d'une entreprise forestière au Québec et de ses activités d'approvisionnement. Université Laval, Mémoire: 140p.

SOMERS, F. (1996). Hybrid: Unifying centralised and distributed network management using intelligent agents. In *Network Operations and Management Symposium*, 34–43.

VOLPÉ, S. (2019). Modèle d'évaluation de la biomasse forestière. FPinnovations, 34p, disponible en ligne.

http://partenariat.gc.ca/wp-content/uploads/2019/02/FPI-Biomass-model_webinar_Feb-28_2019_FR.pdf

ANNEXE (formulation mathématique de LogiLab)

Ensembles

T	Ensemble des périodes de temps
U	Ensemble des unités d'affaires
K	Ensemble des types de capacités
W	Ensemble des procédés
$W_{tu} \subset W$	Ensemble des procédés effectué à l'unité u au temps t
P	Ensemble des produits
E	Ensemble des liens entre les unités
$\delta_u^+ \subset E$	Ensemble des liens arrivant à u
$\delta_u^- \subset E$	Ensemble des liens partant de u

Constantes

q_{ktu}	Capacité de type $k \in K$ de l'unité u au temps t
f_{etp}^l	Flux minimal du produit p passant sur l'arc e au temps t
f_{etp}^u	Flux maximal du produit p passant sur l'arc e au temps t
f_{et}^l	Flux minimal de tous les produits passant sur l'arc e au temps t
f_{et}^u	Flux maximal de tous les produits passant sur l'arc e au temps t
c_w	Coût du procédé w
c_{etp}^f	Coûts de transport du produit p sur l'arc e si le transport commence au temps t
λ_{etp}	Délai de transport du produit p sur l'arc e si le transport commence au temps t
s_w	Délai de production du produit p avec le procédé w
α_{pw}	Quantité de produit p nécessaire au procédé w
γ_{pw}	Quantité de produit p généré par le procédé w
λ_{kuw}	Nombre d'unité de capacité de type $k \in K$ de l'unité u consommé par le procédé w
d_{tup}	Demande de produit p l'unité u au temps t
ρ_{tup}	Valeur généré par le produit p à l'unité u au temps t

Variables de décisions

Y_{tuw}	Quantité du Procédé w effectué à l'unité u se terminant au temps t
D_{tup}	Quantité de produit p généré à l'unité u au temps t
F_{ept}	Flux de produit p sur l'arc e partant du point i au temps t allant vers la destination j

Formulation mathématique

$$\max \sum_{t \in T} \left(\sum_{u \in U} \left(\sum_{p \in P | d_{tup} > 0} \rho_{tup} D_{tup} - \sum_{w \in W_{tu}} c_w Y_{tuw} \right) - \sum_{e \in E} \left(\sum_{p \in P} c_{etp}^f F_{etp} \right) \right)$$

Sujet à :

$$\sum_{t_1 \in T} \left(\sum_{w \in W_{t_1 u | t_1 + s_w = t}} \gamma_{pw} Y_{t_1 u w} \right) + \sum_{e \in \delta_u^+} \left(\sum_{t_2 \in T | t_2 + \lambda_{et_2 p} = t} F_{et_2 p} \right) -$$

$$\sum_{w \in W_{tu}} \alpha_{pw} Y_{tuw} - \sum_{e \in \delta_u^-} F_{etp} - D_{tup} = 0 \quad \forall t \in T, u \in U, p \in P \quad (1)$$

$$D_{tup} \leq d_{tup} \quad \forall t \in T, u \in U, p \in P \quad (2)$$

$$\sum_{w \in W_{tu}} \lambda_{kuw} Y_{tuw} \leq q_{ktu} \quad t \in T, u \in U, k \in K \quad (3)$$

$$f_{et}^l \leq \sum_{p \in P} F_{etp} \leq f_{et}^u \quad t \in T, e \in E \quad (4)$$

$$f_{etp}^l \leq F_{etp} \leq f_{etp}^u \quad e \in E, t \in T, p \in P \quad (5)$$

$$Y, D \geq 0 \quad (6)$$